基礎数学 小テスト⑧ 追試　　学籍番号 | | | | | | | |　　氏名＿＿＿＿＿＿

点/100 点

注意

(1) 解を導きだす経過をできるだけ丁寧に記述すること．説明が不十分な場合は減点する．
(2) 字が粗暴な解答も減点の対象とする．
(3) 最終的に導き出した答えを右側の四角の中に記入せよ．

1 次の空欄に入る適切な数または式を答えなさい．(各 2 点)

- 次の式は関数 $f(x) = x^2 + 3x - 1$ の $x = 1$ における微分係数を定義に従って計算したものである．

$$f'(1) = \lim_{h\to 0} \frac{f(\boxed{(1)}) - f(1)}{h}$$
$$= \lim_{h\to 0} \frac{\boxed{(2)} - (1+3-1)}{h}$$
$$= \lim_{h\to 0} \frac{h^2 + \boxed{(3)}}{h}$$
$$= \lim_{h\to 0} (h+5) = \boxed{(4)}$$

(1) 1 + h　(2) h²+5h+3
(3) 5h　(4) 5

- $y = f(x)$ の点 $(a, f(a))$ における接線とは傾きが $\boxed{(5)}$ に等しく，点 $\boxed{(6)}$ を通る直線である．その方程式は $y = f'(a)(x + \boxed{(7)}) + f(a)$ と表される．

(5) f'(a)　(6) (a, f(a))　(7) − a

2 次の各問に答えなさい．(各 6 点)

(1) $f(x) = x^2 + 3$ に対し，$x = \frac{1}{2}$ から $x = 1$ までの平均変化率を求めなさい．

$$\frac{f(1) - f(\frac{1}{2})}{1 - \frac{1}{2}} = \frac{4 - (\frac{1}{4} + 3)}{\frac{1}{2}} = \frac{3/4}{1/2}$$

(1) $\frac{3}{2}$

(2) $\displaystyle\lim_{x\to 2} \frac{x^2 + 3x + 2}{x^2 - 4}$ を求めなさい．

$$\lim_{x\to 2} \frac{(x+2)(x+1)}{(x-2)(x+2)} = \lim_{x\to 2} \frac{x+1}{x-2}$$
$$= \frac{3}{0}\ ?$$

(2) わからない．

3 次の関数 $f(x)$ を微分しなさい．(各 6 点)

(1) $f(x) = 2x^2 - x - 3$

(1) $4x - 1$

(2) $f(x) = 3x + 190$

(2) 3

(3) $f(x) = 0$

(3) 0

(4) $f(x) = x^4 + 3x^3 + x^2 - 6$

(4) $4x^3 + 9x^2 + 2x$

裏へ続く

4 次の関数 $f(x)$ と実数 a に対し，$x=a$ における微分係数 $f'(a)$ の値を求めなさい．(各 7 点)

(1) $f(x)=2x^3+x^2-x-3,\ a=-1$

$f'(x) = 6x^2+2x-1$

$f'(-1) = 6-2-1$

(1) $\boxed{3}$

(2) $f(x)=-2x-100,\ a=2011$

$f'(x) = -2$

$f'(2011) = -2$

(2) $\boxed{-2}$

5 次の関数 $f(x)$ と実数 a に対し，点 $(a, f(a)$ における $y=f(x)$ の接線の方程式を求めなさい．(各 7 点)

(1) $f(x)=x^2+2x+3,\ a=1$

$f'(x) = 2x+2$

$f'(1) = 4$

$f(1) = 1+2+3 = 6$

$y = 4(x-1)+6$

(1) $\boxed{y = 4x+2}$

(2) $f(x)=-5x+3,\ a=-20$

$f'(x) = -5$

$f'(-20) = -5$

$f(-20) = 100+3$

$= 103$

$y = -5(x+20)+103$

$= -5x+3$

(2) $\boxed{y = -5x+3}$

6 次の各問に答えなさい．

(1) $f(x)=x^3-x^2-x+2$ とする．$y=f(x)$ の点 $(a, f(a))$ における接線の傾きが -1 となるような a をすべて求めなさい．(7 点)

$f'(x) = 3x^2-2x-1$

$f'(a) = -1$ より

aは $3a^2-2a=0$ の解

$0 = 3a^2-2a = a(3a-2)$

$\therefore\ a = 0,\ \frac{2}{3}$

(1) $\boxed{0,\ \frac{2}{3}}$

(2) $f(x)=2x^2-x+3$ とする．$y=f(x)$ の点 $(a, f(a))$ における接線の y 切片が 2 となるような a をすべて求めなさい．(7 点)

$f'(x) = 4x-1$

$\therefore$ 接線の傾きは $4a-1$

$f(a) = 2a^2-a+3$

通る点は $(a,\ 2a^2-a+3)$

接線の方程式は

$y = (4a-1)(x-a)+2a^2-a+3$

$= (4a-1)x-2a^2+3$

$x=0$のとき

$y = -2a^2+3$ (y切片)

これが2に等しいので

(2) $\boxed{-2a^2+3=2} \iff a^2 = \frac{1}{2}$

$\therefore\ a = \pm\frac{1}{\sqrt{2}}$

(3) $f(x)=x^3+x^2-x+5$ とする．$y=f(x)$ の点 $(a, f(a))$ における接線の傾きが負（つまり $f(x)$ が減少関数）となるような a の範囲を求めなさい．(8 点)

$f'(x) = 3x^2+2x-1$

点 $(a, f(a))$ における接線の

傾きは $f'(a) = 3a^2+2a-1$

したがって 求める aは

$3a^2+2a-1<0$ の解

$\iff (3a-1)(a+1)<0$

$\therefore\ -1<a<\frac{1}{3}$

(3) $\boxed{-1<a<\frac{1}{3}}$