基礎数学 小テスト⑧　　学籍番号 | | | | | | | |　　氏名＿＿＿＿＿＿

点/100 点

注意
(1) 解を導きだす経過をできるだけ丁寧に記述すること．説明が不十分な場合は減点する．
(2) 字が粗暴な解答も減点の対象とする．
(3) 最終的に導き出した答えを右側の四角の中に記入せよ．
(4) すべて解答できた者 は途中退席しても構わない．ただし，適当に空欄を埋めただけの解答は認めない．

1 次の空欄に入る適切な数または式を答えなさい．(各 2 点)

- 次の式は関数 $f(x) = x^2 + 3x - 1$ の $x = 1$ における微分係数を定義に従って計算したものである．

$$
\begin{aligned}
f'(1) &= \lim_{h\to 0} \frac{f(\boxed{\ (1)\ }) - f(1)}{h} \\
&= \lim_{h\to 0} \frac{\boxed{\ (2)\ } - (1+3-1)}{h} \\
&= \lim_{h\to 0} \frac{h^2 + \boxed{\ (3)\ }}{h} \\
&= \lim_{h\to 0} (h+5) = \boxed{\ (4)\ }
\end{aligned}
$$

(1) $1+h$　(2) h^2+5h+3
(3) $5h$　(4) 5

- $y = f(x)$ の点 $(a, f(a))$ における接線とは傾きが $\boxed{\ (5)\ }$ に等しく，点 $\boxed{\ (6)\ }$ を通る直線である．その方程式は $y = f'(a)x + \boxed{\ (7)\ }$ と表される．

(5) $f'(a)$　(6) $(a, f(a))$　(7) $-a\cdot f'(a) + f(a)$

2 次の各問に答えなさい．(各 6 点)

(1) $f(x) = x^2 + 3$ に対し，$x = \dfrac{1}{2}$ から $x = 2$ までの平均変化率を求めなさい．

$$\frac{f(2) - f(\frac{1}{2})}{2 - \frac{1}{2}} = \frac{7 - (\frac{1}{4} + 3)}{\frac{3}{2}} = \frac{15/4}{3/2}$$

(1) $\dfrac{5}{2}$

(2) $\displaystyle\lim_{x\to 2} \frac{x^2 - 3x + 2}{x^2 - 4}$ を求めなさい．

$$= \lim_{x\to 2} \frac{\cancel{(x-2)}(x-1)}{(x+2)\cancel{(x-2)}}$$

$$= \lim_{x\to 2} \frac{x-1}{x+2}$$

(2) $\dfrac{1}{4}$

3 次の関数 $f(x)$ を微分しなさい．(各 6 点)

(1) $f(x) = x^2 - x - 3$

(1) $2x - 1$

(2) $f(x) = 3x + 90$

(2) 3

(3) $f(x) = -6$

(3) 0

(4) $f(x) = x^4 - x^3 + 2x^2 + 7$

(4) $4x^3 - 3x^2 + 4x$

(2011.6.29 担当：佐藤)

4 次の関数 $f(x)$ と実数 a に対し，$x=a$ における微分係数 $f'(a)$ の値を求めなさい．(各 7 点)

(1) $f(x)=2x^3+x^2-x-3,\ a=1$

$f'(x)=6x^2+2x-1$

$f'(1)=6+2-1$
$=7$

(1) 7

(2) $f(x)=-2x-100,\ a=10$

$f'(x)=-2$

(2) -2

5 次の関数 $f(x)$ と実数 a に対し，点 $(a,f(a))$ における $y=f(x)$ の接線の方程式を求めなさい．(各 7 点)

(1) $f(x)=x^2+2x+3,\ a=-1$

$f'(x)=2x+2$

$f'(-1)=0$

$f(-1)=1-2+3=2$

(1) $y=2$

(2) $f(x)=5x+3,\ a=-5$

$f'(x)=5$

$f'(-5)=5$

$f(-5)=-22$

$y=5(x+5)-22$
$=5x+3$

(2) $y=5x+3$

6 次の各問に答えなさい．

(1) $f(x)=x^3-x^2-x+2$ とする．$y=f(x)$ の点 $(a,f(a))$ における接線の傾きが 1 となるような a をすべて求めなさい．(7 点)

$f'(a)=1$ となる a

$f'(x)=3x^2-2x-1$

$f'(a)=3a^2-2a-1$

$f'(a)=1 \iff 3a^2-2a-2=0$

$a=\dfrac{2\pm\sqrt{4+24}}{6}=\dfrac{2\pm\sqrt{28}}{6}=\dfrac{2\pm2\sqrt{7}}{6}$

$=\dfrac{1\pm\sqrt{7}}{3}$

(1) $\dfrac{1\pm\sqrt{7}}{3}$

(2) $f(x)=2x^2-x+3$ とする．$y=f(x)$ の点 $(a,f(a))$ における接線の y 切片が 1 となるような a をすべて求めなさい．(7 点)

接線の方程式

$y=f'(a)(x-a)+f(a)$

$=f'(a)x\underbrace{-a\cdot f'(a)+f(a)}_{y切片}$

"$-a\cdot f'(a)+f(a)=1$" を満たす a

$1=-a(4a-1)+(2a^2-a+3)$

$\iff 2a^2=2 \iff a^2=1$

$\therefore a=\pm1$

(2) ±1

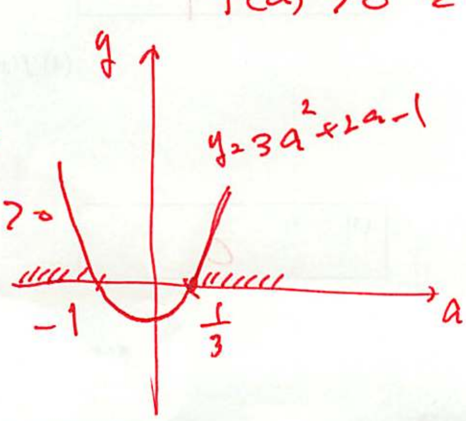
(3) $f(x)=x^3+x^2-x+5$ とする．$y=f(x)$ の点 $(a,f(a))$ における接線の傾きが正 (つまり $f(x)$ が増加関数) となるような a の範囲を求めなさい．(8 点)

$f'(a)>0$ となる a の範囲.

$f'(x)=3x^2+2x-1$

$f'(a)=3a^2+2a-1>0$

$(3a-1)(a+1)>0$



(3) $a<-1,\ \frac{1}{3}<a$