基礎数学 小テスト⑩　　学籍番号 | | | | | | | |　　氏名

点/100 点

注意

(1) 解を導きだす経過をできるだけ丁寧に記述すること．説明が不十分な場合は減点する．
(2) 字が粗暴な解答も減点の対象とする．
(3) 最終的に導き出した答えを右側の四角の中に記入せよ．
(4) すべて解答できた者 は途中退席しても構わない．ただし，適当に空欄を埋めただけの解答は認めない．

1 次の定積分を求めなさい．(各 7 点)

(1) $\int_{-2}^{1}(2x+1)dx$ $= \left[x^2+x\right]_{-2}^{1} = (1+1)-(4-2) = 2-2=0$

(1) 0

(2) $\int_{0}^{2}(x^2-3x+2)dx$ $= \left[\frac{1}{3}x^3-\frac{3}{2}x^2+2x\right]_{0}^{2} = \frac{8}{3}-6+4 = \frac{2}{3}$

(2) $\frac{2}{3}$

(3) $\int_{-1}^{1}(2x^3+x)dx$ $= \left[\frac{1}{2}x^4+\frac{1}{2}x^2\right]_{-1}^{1} = \left(\frac{1}{2}+\frac{1}{2}\right)-\left(\frac{1}{2}+\frac{1}{2}\right) = 0$

(3) 0

(4) $\int_{-2}^{2}(x^2+2)dx$ $= \left[\frac{1}{3}x^3+2x\right]_{-2}^{2} = \left(\frac{8}{3}+4\right)-\left(-\frac{8}{3}-4\right)$

$= 2\times\left(\frac{8}{3}+4\right) = 2\times\frac{8+12}{3} = \frac{40}{3}$

(4) $\frac{40}{3}$

2 関数 $f(x)=x^2-2x+4$ について以下の問に答えなさい．(各 7 点)

(1) 不定積分 $\int f(x)\,dx$ を求めなさい．

(1) $\frac{1}{3}x^3-x^2+4x+C$

(2) $F(1)=3$ を満たす $f(x)$ の原始関数 $F(x)$ を求めなさい．

$3=\frac{1}{3}-1+4+C$　∴ $0=\frac{1}{3}+C$

$C=-\frac{1}{3}$

(2) $\frac{1}{3}x^3-x^2+4x-\frac{1}{3}$

3 下の図 A, B について以下の問の答えなさい．(各 7 点)

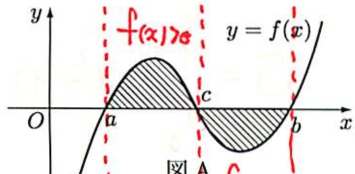


図 A

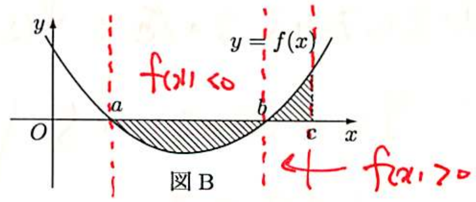


図 B

(1) 図 A の斜線部の面積を表す式を次の (ア) ～ (エ) の中からすべて選びなさい．

(1) ウ

(ア) $\int_a^b f(x)\,dx$　　(イ) $-\int_a^b f(x)\,dx$　　(ウ) $\int_a^c f(x)\,dx-\int_c^b f(x)\,dx$　　(エ) $\int_c^b f(x)\,dx-\int_a^c f(x)\,dx$

(2) (1) を参考にして図 B の斜線部の面積を表す式を書きなさい．

(2) $-\int_a^b f(x)\,dx+\int_b^c f(x)\,dx$

4 次の 2 つの関数に対して，(i) 2 つのグラフの交点の x 座標を求めなさい．(ii) 2 つのグラフで囲まれる図形の面積 S を定積分の式で表しなさい．(iii) 定積分を計算し，S の値を求めなさい．(各 14 点)

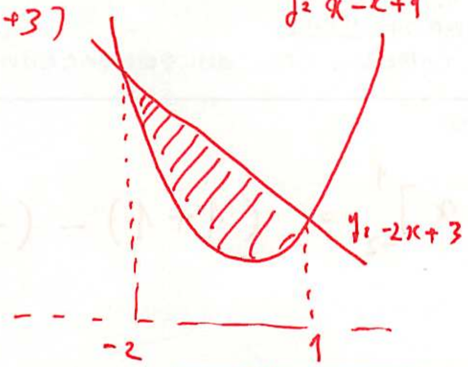
(1) $y = x^2 - x + 1, \quad y = -2x + 3$

$0 = (x^2 - x + 1) - (-2x + 3)$

$= x^2 + x - 2$

$= (x+2)(x-1)$

$\therefore x = -2, 1$



$S = \int_{-2}^{1} \{(-2x+3) - (x^2 - x + 1)\} dx$

$= \int_{-2}^{1} (-x^2 - x + 2) dx$

$= \left[-\frac{1}{3}x^3 - \frac{1}{2}x^2 + 2x\right]_{-2}^{1} = \frac{9}{2}$

(i) $-2, 1$

$S =$ (ii) $\int_{-2}^{1} (-x^2 - x + 2) dx$ $=$ (iii) $\frac{9}{2}$

(2) $y = -x^2 - 3x + 4, \quad y = x^2 - x$

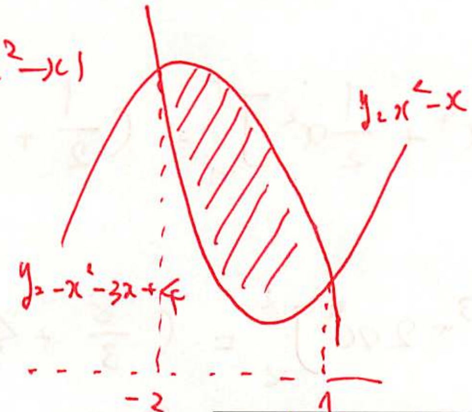
$0 = (-x^2 - 3x + 4) - (x^2 - x)$

$= -2x^2 - 2x + 4$

$= -2(x^2 + x - 2)$

$= -2(x+2)(x-1)$

$\therefore x = -2, 1$



$S = \int_{-2}^{1} \{(-x^2 - 3x + 4) - (x^2 - x)\} dx$

$= \int_{-2}^{1} (-2x^2 - 2x + 4) dx$

$= \left[-\frac{2}{3}x^3 - x^2 + 4x\right]_{-2}^{1} = 9$

(i) $-2, 1$

$S =$ (ii) $\int_{-2}^{1} (-2x^2 - 2x + 4) dx$ $=$ (iii) 9

5 $f(x) = x^2 + 1$ について次の問に答えなさい．

(1) $y = f(x)$ の $x = 2$ における接線の方程式を求めなさい．(5 点)

(2) $y = f(x)$ と (1) で求めた接線の概形を 1 つの座標平面に描きなさい．(5 点)

(3) 曲線 $y = f(x)$ と (1) で求めた接線（直線）と y 軸で囲まれた領域の面積の値を求めなさい．(6 点)

(1) $f'(x) = 2x$

$x = 2$ における接線の傾き：$f'(2) = 4$

$x = 2$ における y の値：$f(2) = 4 + 1 = 5$

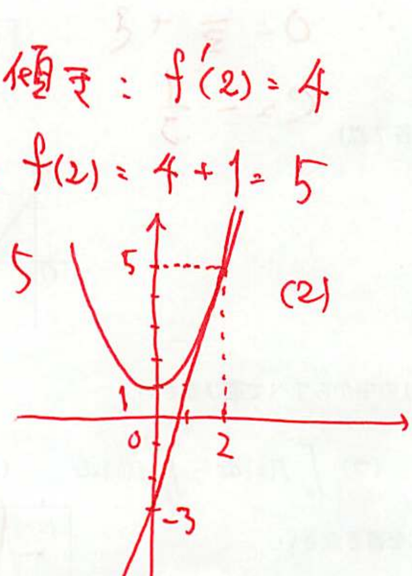
$\therefore y = 4(x-2) + 5$

$= 4x - 3$

(1) $y = 4x - 3$

$S =$ (3) $\frac{8}{3}$

(2)



(3) $S = \int_{0}^{2} \{(x^2 + 1) - (4x - 3)\} dx$

$= \int_{0}^{2} (x^2 - 4x + 4) dx$

$= \left[\frac{1}{3}x^3 - 2x^2 + 4x\right]_{0}^{2}$

$= \frac{8}{3} - 8 + 8 = \frac{8}{3}$