

問題 6.5. $f(x) = x^3 - 6x^2 + 9x - 3$.

(1) $f'(x) = 3x^2 - 12x + 9$

(2) 求めるものは $3a^2 - 12a + 9 = 0$ の解.

$$3a^2 - 12a + 9 = 3(a^2 - 4a + 3) = 3(a-1)(a-3) \text{ より, } \underline{a = 1, 3}.$$

(3) $3(a-1)(a-3) > 0$ となるのは, $\underline{a < 1, 3 < a}$.

(4) $3(a-1)(a-3) < 0$ となるのは, $\underline{1 < a < 3}$.

(5)

x		1		3	
$f'(x)$	+	0	-	0	+
$f(x)$	増加	1	減少	-3	増加

(6) グラフは省略 (増減表を参照. y 切片は -3).

問題 6.6. $f(x) = -x^3 + x^2 + x - 1$.

(1) $f'(x) = -3x^2 + 2x + 1 = -(3x+1)(x-1)$ より, $f'(x) = 0$ となるのは $x = -\frac{1}{3}, 1$.

増減表は以下のようなになる;

x		$-\frac{1}{3}$		1	
$f'(x)$	-	0	+	0	-
$f(x)$	減少	$-\frac{32}{27}$	増加	0	減少

(2) 上の増減表より, 極大値は 0 ($x = 1$ のとき), 極小値は $-\frac{32}{27}$ ($x = -\frac{1}{3}$ のとき).

(3) グラフは省略 (上の増減表を参照. y 切片は -1).

(4) $-1 \leq x \leq 2$ の範囲での増減表は次のようになる;

x	-1		$-\frac{1}{3}$		1		2
$f'(x)$		-	0	+	0	-	
$f(x)$	0	減少	$-\frac{32}{27}$	増加	0	減少	-3

したがって, 最大値は 0 ($x = -1$ および 1 のとき), 最小値は -3 ($x = 2$ のとき).