

問題 6.1.

(1) $f(2) = 7, f(h) = 2h + 3, f(-x) = -2x + 3, f(x+h) = 2x + 2h + 3$

(2) $f(2) = 4, f(h) = h^2, f(-x) = x^2, f(x+h) = x^2 + 2hx + h^2$

(3) $f(2) = 11, f(h) = h^3 - h^2 + 2h + 3, f(-x) = -h^3 - h^2 - 2h + 3,$
 $f(x+h) = x^3 + 3x^h + 3xh^2 + h^3 - x^2 + 2hx - h^2 + 2x + 2h + 3$

問題 6.2.

(1)

$$\begin{aligned} f'(1) &= \lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(1+h) - f(1)}{h} \\ &= \lim_{h \rightarrow 0} \frac{-3(1+h) + 2 - (-1)}{h} \\ &= \lim_{h \rightarrow 0} \frac{-3h}{h} \\ &= \lim_{h \rightarrow 0} (-3) \\ &= -3. \end{aligned}$$

(2)

$$\begin{aligned} f'(-1) &= \lim_{h \rightarrow 0} \frac{\{2(-1+h)^2 + 4(-1+h) + 1\} - (-1)}{h} \\ &= \lim_{h \rightarrow 0} \frac{2(-2h+h^2) + 4h}{h} \\ &= \lim_{h \rightarrow 0} \frac{2h^2}{h} \\ &= \lim_{h \rightarrow 0} 2h \\ &= 0. \end{aligned}$$

問題 6.3.

(1) $f'(x) = 4x + 3, f'(2) = 11, f(2) = 13, y = 11x - 9$

(2) $f'(x) = -2, f'(10) = -2, f(10) = -17, y = -2x + 3$

(3) $f'(x) = 3x^2 + 2x - 1, f'(-1) = 0, f(-1) = 3, y = 3$

問題 6.4. $(a, f(a))$ における $y = f(x)$ の接線の傾きは微分係数 $f'(a)$ であるから, 求めるのは $f'(a) > 0$ となる a の範囲である.

(1) $f'(x) = 4x - 4$ だから, $f'(a) > 0$ となるのは $a > 1$.

(2) $f'(x) = 1 (> 0)$ だから, 任意の実数 a に対して $f'(a) > 0$.

(3) $f'(x) = x^2 - 2x - 3 = (x-3)(x+1)$ だから, $f'(a) > 0$ となるのは $a < -1$ または $3 < a$.