問題 5.5.

(1) $\log_6 18 + \log_6 12 = \log_6 216 = \log_6 6^3 = 3$

(2) $\log_7 21 - \log_7 3 = \log_7 \frac{21}{3} = \log_7 7 = 1$

(3) $\log_2 64 \div \log_3 27 = \log_2 2^6 \div \log_3 3^3 = 6 \div 3 = 2$

(4) $\log_a b^2 + \log_a \dfrac{1}{b} - \log_a \sqrt{b} = 2\log_a b - \log_a b - \dfrac{1}{2}\log_a b = \dfrac{1}{2}\log_a b$

(5) $\log_8 125 - \log_4 10 - \log_2 \left(\dfrac{1}{\sqrt{10}}\right) = \dfrac{\log_2 125}{\log_2 8} - \dfrac{\log_2 10}{\log_2 4} + \dfrac{1}{2}\log_2 10$

$= \dfrac{\log_2 5^3}{3} - \dfrac{\log_2 10}{2} + \dfrac{1}{2}\log_2 10 = \log_2 5$

問題 5.6.

(1) $\log_2 3 + 2 = \log_2 3 + 2\log_2 2 = \log_2 3 + \log_2 4 = \log_2 \boxed{12}$

(2) $\log_3 5 - 1 = \log_3 5 - \log_3 3 = \log_3 \boxed{\frac{5}{3}}$

問題 5.7.

(1) $3^7 = 10^x$ は $x = \log_{10} 3^7$ と同値である．$x = 7 \times \log_{10} 3 = 7 \times 0.4771 = 3.3397$.

(2) (1) の計算結果より，$3^7 = 10^{3.3397}$．これは $10^3 \leq 3^7 < 10^4$ を満たすので，3^7 は 4 桁の数である.

(3) $\log_{10} 3^{50} = 50 \times 0.4771 = 23.855$．したがって，$3^{50}$ は 24 桁.