

--	--	--	--	--	--	--

点/40点

注意

- (1) 解を導きだす経過をできるだけ丁寧に記述すること、説明が不十分な場合は減点する。
- (2) 字が粗暴な解答も減点の対象とする。
- (3) 最終的に導き出した答えを右側の四角の中に記入せよ。
- (4) 途中退席は認めない。見直し、検算を十分にすること。

1 次の問に答えなさい。(各3点)

(1) 関数 $f(x) = x^2 + 2x - 4$ の不定積分 $\int f(x) dx$ を求めなさい。

$$\frac{1}{3}x^3 + x^2 - 4x + C$$

(2) 関数 $f(x) = x^3 + 2x^2 + 5x + 3$ の $x = 1$ における微分係数を求めなさい。

$$f'(x) = 3x^2 + 4x + 5$$

$$f'(1) = 3 + 4 + 5 = 12$$

12

(3) 初項が3、公比が $\frac{2}{3}$ の等比数列の第6項を求めなさい。

$$a_n = 3 \times \left(\frac{2}{3}\right)^{n-1}$$

$$a_6 = 3 \times \left(\frac{2}{3}\right)^5 = \frac{2^5}{3^4} = \frac{32}{81}$$

$\frac{32}{81}$

(4) 一般項が $a_n = 5n - 3$ で与えられる数列 $\{a_n\}$ が等差数列か等比数列か答えなさい。また、そのときの公差または公比を求めなさい。

等 差 数列で公 差 は 5

(5) 1 から n までのすべての自然数の和 $\sum_{k=1}^n k = 1 + 2 + \dots + n$ を求めなさい (n の多項式で表しなさい)。

$$S_n = \frac{n(1+n)}{2}$$

$\frac{n(n+1)}{2}$

2 次の各問に答えなさい。(各3点)

(1) $4^x = 8$ を満たす x を有理数の形で答えなさい。

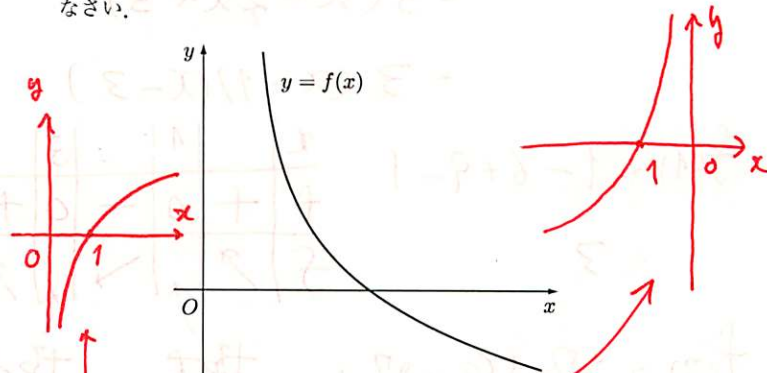
$$4^x = 8 \iff x = \log_4 8$$

$$= \frac{\log_2 8}{\log_2 4}$$

$$\frac{3}{2}$$

$\frac{3}{2}$

(2) 下の図はある関数のグラフである。このグラフの関数として最も適切なものを (ア) ~ (エ) の中から1つ選び、記号で答えなさい。

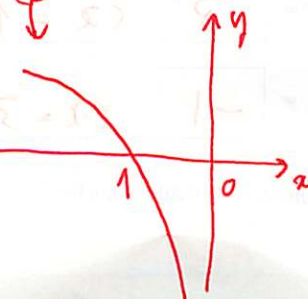


(ア) $f(x) = \log_2 x$

(ウ) $f(x) = \log_2(-x)$

(イ) $f(x) = -\log_2 x$

(エ) $f(x) = \log_{\frac{1}{2}}(-x)$



イ

3 指数関数 $f(x) = 2^{x+2}$ について以下の間に答えなさい。(各3点)

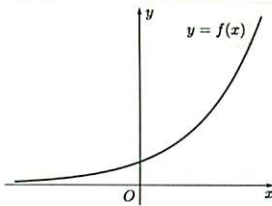
(1) 2^{x+2} は $a \times 2^x$ と表すことができる。このときの a の値を求めなさい。

$$2^{x+2} = 2^x \times 2^2 = 2^x \times 4$$

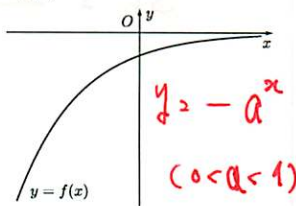
4

(2) $y = f(x)$ のグラフの概形を以下の (ア) ~ (エ) の中から1つ選び、記号で答えなさい。(3点)

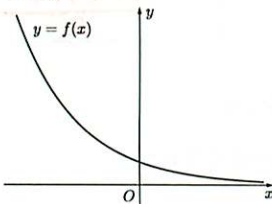
(ア)



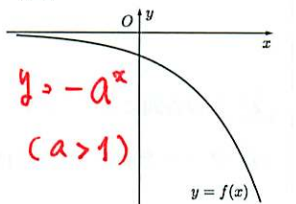
(イ)



(ウ)



(エ)



$$y = a^x \quad (0 < a < 1)$$

ア

4 関数 $f(x) = x^3 - 6x^2 + 9x - 1$ の極値を求めなさい (極値を与える x の値も明記すること)。(各2点)

$$\begin{aligned} f'(x) &= 3x^2 - 12x + 9 \\ &= 3(x^2 - 4x + 3) \\ &= 3(x-1)(x-3) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} f(1) &= 1 - 6 + 9 - 1 \\ &= 3 \end{aligned}$$

x	1	3
f'	+	-
f	↗	↘

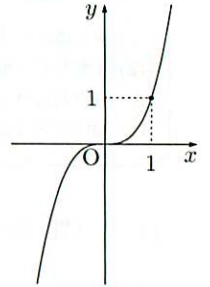
$$\begin{aligned} f(3) &= 27 - 54 + 27 - 1 \\ &= -1 \end{aligned}$$

極大値 3 (x=1)

極小値 -1 (x=3)

5 $y = x^3$ のグラフの概形は右下の図のようになる。これを参考に次の間に答えなさい。(各3点)

(1) 曲線 $y = x^3$ の点 (1,1) における接線の方程式を求めなさい。



$$y' = 3x^2$$

(1,1) における接線の方程式

$$\begin{aligned} y &= 3(x-1) + 1 \\ &= 3x - 3 + 1 \\ &= 3x - 2 \end{aligned}$$

y = 3x - 2

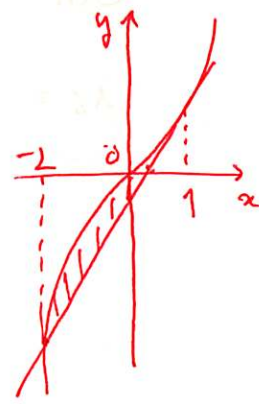
(2) 曲線 $y = x^3$ と (1) で求めた接線との交点のうち、点 (1,1) でない方の交点の x 座標を求めなさい。

$$\begin{aligned} 0 &= x^3 - (3x - 2) \\ &= x^3 - 3x + 2 \\ &= (x-1)^2(x+2) \\ \therefore x &= 1, -2 \end{aligned}$$

-2

(3) 曲線 $y = x^3$ と (1) で求めた接線で囲まれる図形の面積を求めなさい。

$$\begin{aligned} &\int_{-2}^1 \{x^3 - (3x - 2)\} dx \\ &= \int_{-2}^1 (x^3 - 3x + 2) dx \\ &= \left[\frac{1}{4}x^4 - \frac{3}{2}x^2 + 2x \right]_{-2}^1 \end{aligned}$$



$$\begin{aligned} &= \left(\frac{1}{4} - \frac{3}{2} + 2 \right) - (4 - 6 - 4) \\ &= \frac{1}{4} - \frac{3}{2} + 8 \\ &= \frac{1 - 6 + 32}{4} \\ &= \frac{27}{4} \end{aligned}$$

27/4