□ 斉次連立方程式

斉次連立方程式

斉次連立方程式とは定数項（0 次の項）が 0 の 1 次連立方程式；

$$A\vec{x} = \vec{0} \tag{4.1}$$

- 斉次連立方程式は必ず解 $\vec{x} = \vec{0}$ を持つ．これを自明解という．
- $\vec{0}$ でない解を非自明解という．

斉次連立方程式の解の性質

- $\vec{v}$ が (4.1) の解ならば，任意の実数 k に対して $k\vec{v}$ も (4.1) の解である．
- $\vec{v}$, $\vec{u}$ が (4.1) の解ならば，$\vec{v} + \vec{u}$ も (4.1) の解である．

以上のことから，非自明な解が存在するとき，解は一般に

$$k_1\vec{v}_1 + k_2\vec{v}_2 + \cdots + k_l\vec{v}_l \qquad (k_1, \ldots, k_l \text{ は実数})$$

と表される．

問題 **4.9.** 次の連立方程式の解を求めなさい．

(1) $\begin{cases} 3x - 4z = 0 \\ 2x + 3y - z = 0 \\ -x - 2y + z = 0 \end{cases}$ (2) $\begin{cases} 2x + 3y + 4z = 0 \\ x + 2y + 3z = 0 \\ x + y + z = 0 \end{cases}$

(3) $\begin{cases} x + 2y + z = 0 \\ 2x + 3y + 2z = 0 \\ -x + 2y - z = 0 \end{cases}$ (4) $\begin{cases} -2y + z = 0 \\ -2x + 3y - z = 0 \\ 3x + y + z = 0 \end{cases}$

問題 **4.10.** 次の連立方程式が非自明解を持つための実数 k の条件を求めなさい．

(1) $\begin{cases} -2y + z = 0 \\ -2x + 3y - z = 0 \\ 3x + ky + z = 0 \end{cases}$ (2) $\begin{cases} 3x - 4z = 0 \\ 2x + 3y - z = 0 \\ -x - 2y + kz = 0 \end{cases}$