

基本行列

$$\bullet P[i, \lambda] = \begin{pmatrix} 1 & & & & & & \\ & \ddots & & & & & \\ & & 1 & & & & \\ & & & \lambda & & & \\ & & & & 1 & & \\ & & & & & \ddots & \\ & & & & & & 1 \end{pmatrix}$$

(i, i) 成分が λ , それ以外の対角成分は 1. その他の成分は 0.

$$\bullet Q[i, j] = \begin{pmatrix} 1 & & & & & & \\ & \ddots & & & & & \\ & & 1 & & & & \\ & & & 0 & 0 & \cdots & 0 & 1 \\ & & & 0 & 1 & & & 0 \\ & & & \vdots & & \ddots & & \vdots \\ & & & 0 & & & 1 & 0 \\ & & & 1 & 0 & \cdots & 0 & 0 \\ & & & & & & & 1 & \ddots & \\ & & & & & & & & & 1 \end{pmatrix} \quad (i \neq j)$$

(i, i) 成分と (j, j) 成分が 0, それ以外の対角成分は 1. (i, j) 成分と (j, i) 成分は 1. その他の成分は 0.

$$\bullet R[i, j, \lambda] = \begin{pmatrix} 1 & & & & & & \\ & \ddots & & & & & \\ & & 1 & 0 & \cdots & 0 & \lambda \\ & & & \ddots & & & 0 \\ & & & & \ddots & & \vdots \\ & & & & & \ddots & 0 \\ & & & & & & 1 \\ & & & & & & & 1 & \ddots & \\ & & & & & & & & & 1 \end{pmatrix} \quad (i \neq j)$$

対角成分が 1. (i, j) 成分は λ . その他の成分は 0.

問題 3.4. 3 次の基本行列をすべて書きなさい.

基本変形と基本行列

行基本変形は基本行列を左からかけることに対応している；

- i 行目の各成分を λ 倍する (λ は実数). \rightarrow 左から $P[i, \lambda]$ をかける.
- i 行目と j 行目を入れ替える \rightarrow 左から $Q[i, j]$ をかける.
- j 行目を λ 倍して, i 行目に加える. \rightarrow 左から $R[i, j, \lambda]$ をかける.

列基本変形は基本行列を右からかけることに対応している.

問題 3.5. 次を計算しなさい.

$$(1) Q[1, 2] \cdot \begin{pmatrix} 2 & 1 & 3 & -2 \\ 1 & -1 & 1 & -1 \\ 3 & -2 & 2 & 1 \end{pmatrix}$$

$$(2) R[3, 1, -3] \cdot R[2, 1, -2] \cdot \begin{pmatrix} 1 & -1 & 1 & -1 \\ 2 & 1 & 3 & -2 \\ 3 & -2 & 2 & 1 \end{pmatrix}$$

$$(3) Q[2, 3] \cdot \begin{pmatrix} 1 & -1 & 1 & -1 \\ 0 & 3 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & -1 & 4 \end{pmatrix}$$

$$(4) R[3, 2, -3] \cdot R[1, 2, 1] \cdot \begin{pmatrix} 1 & -1 & 1 & -1 \\ 0 & 1 & -1 & 4 \\ 0 & 3 & 1 & 0 \end{pmatrix}$$

$$(5) P[3, \frac{1}{4}] \cdot \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 3 \\ 0 & 1 & -1 & 4 \\ 0 & 0 & 4 & -12 \end{pmatrix}$$

$$(6) R[2, 3, 1] \cdot \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 3 \\ 0 & 1 & -1 & 4 \\ 0 & 0 & 1 & -3 \end{pmatrix}$$