問題 2.7.

$$A = \begin{pmatrix} A_1 & E_2 \\ O & A_2 \end{pmatrix}, \qquad B = \begin{pmatrix} B_1 & E_2 \\ O & B_2 \end{pmatrix}$$

(1) $AB = \begin{pmatrix} 5 & 4 & 4 & 2 \\ 13 & 10 & 5 & 3 \\ 0 & 0 & 4 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \end{pmatrix}$

(2) $A_1B_1 = \begin{pmatrix} 5 & 4 \\ 11 & 10 \end{pmatrix}$

(3) $A_1 + B_2 = \begin{pmatrix} 4 & 2 \\ 5 & 3 \end{pmatrix}$

(4) $A_2B_2 = \begin{pmatrix} 4 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}$

(5) 確かに $AB = \begin{pmatrix} A_1B_1 & A_1 + B_2 \\ O & A_2B_2 \end{pmatrix}$ となっている.

問題 2.8. $A = \left(\begin{array}{c|cc} 1 & 2 & 3 \\ \hline 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{array}\right)$ と分割することにより，自然数 n に対して

$$A^n = \left(\begin{array}{c|cc} 1 & 2n & 3n \\ \hline 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{array}\right)$$

を得る（数学的帰納法で証明してみよ）.