

--	--	--	--	--	--	--	--

点/40点

1 次の各問に答えなさい (詳細な説明は不要, 問に答えるのみでよい). (各4点)

(1) ベクトル $\begin{pmatrix} 2 \\ -3 \\ 1 \end{pmatrix}$ と直交するベクトルを次の (ア) ~ (エ) の中からすべて選びなさい.

(ア) $\begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 2 \end{pmatrix}$ (イ) $\begin{pmatrix} 2 \\ 1 \\ -1 \end{pmatrix}$ (ウ) $\begin{pmatrix} -1 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix}$ (エ) $\begin{pmatrix} -1 \\ -1 \\ -1 \end{pmatrix}$

(1)

(2) 複素数 $z = 2 - i$ と絶対値が等しい複素数を次の (ア) ~ (エ) の中からすべて選びなさい. ただし, i は虚数単位とする.

(ア) $5i$ (イ) $\sqrt{5}$ (ウ) $\frac{3}{2} + \frac{\sqrt{11}}{2}i$ (エ) 3

(2)

(3) 対称行列を次の (ア) ~ (エ) の中からすべて選びなさい.

(ア) $\begin{pmatrix} 3 & 1 & 0 \\ 1 & 2 & 1 \\ 0 & 1 & 3 \end{pmatrix}$ (イ) $\begin{pmatrix} -3 & 1 & 0 \\ 2 & 0 & 1 \\ 0 & 2 & -3 \end{pmatrix}$

(ウ) $\begin{pmatrix} 5 & 0 & -1 \\ 0 & 1 & 0 \\ -1 & 0 & 7 \end{pmatrix}$ (エ) $\begin{pmatrix} 0 & 1 & -1 \\ -1 & 0 & 1 \\ 1 & -2 & 0 \end{pmatrix}$

(3)

(4) 連立方程式

$$\begin{cases} x + 3y - 2z = 2 \\ 2x + 7y - 4z = 3 \\ 3x + 7y - 6z = 8 \end{cases}$$

の解は $\begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix} = \vec{v} + k \begin{pmatrix} 2 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix}$ と表されたとする (k は任意の実数, 解の自由度は 1). このとき, ベクトル \vec{v} として適当なもの

のを次の (ア) ~ (エ) の中からすべて選びなさい.

(ア) $\begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix}$ (イ) $\begin{pmatrix} -5 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix}$ (ウ) $\begin{pmatrix} 3 \\ -1 \\ -1 \end{pmatrix}$ (エ) $\begin{pmatrix} 1 \\ -1 \\ -2 \end{pmatrix}$

(4)

2 2次正方行列 $A = \begin{pmatrix} 1 & -2 \\ 3 & 2 \end{pmatrix}$ の逆行列 A^{-1} を求めなさい. (4点)

3 行列 $P = \begin{pmatrix} 1 & 0 & -2 \\ 0 & 1 & 3 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$ に対し, P^{1112} を求めなさい (数学的帰納法で証明しなくてもよい). (6点)

4 連立方程式
$$\begin{cases} 2x + 3y - 6z = -4 \\ x + 2y - 5z = -1 \\ -2x - y - 2z = 8 \end{cases}$$

の解が存在するか判定し, 解が存在する場合はその 解 と 解の自由度 を答えなさい. (7点)

5 斉次連立方程式
$$\begin{cases} 2x + 3y + 4z = 0 \\ x + 2y + 3z = 0 \\ x + y + cz = 0 \end{cases}$$

が非自明解を持つための c の条件 を求めなさい. また, c がその条件を満たすときの 連立方程式の解 を求めなさい. (7点)