階差数列の性質

- 数列 $\{a_n\}$ の階差数列とは $b_n = a_{n+1} - a_n$ で定義される数列 $\{b_n\}$ のことである．
- $a_n = a_1 + \sum_{k=1}^{n-1} b_k$

<u>追加問題</u>（問題 9.6 (2) について）数列 $\{a_n\}$ の一般項を求めなさい．

① 階差数列は初項が 1，公差が 1 の等差数列である．したがって，

$$\begin{aligned} a_n =& 0 + \frac{(n-1)\{2 \times 1 + ((n-1)-1) \times 1\}}{2} \\ =& \boldsymbol{\frac{n(n-1)}{2}}. \end{aligned}$$

② 階差数列は初項が 2，公差が 1 の等差数列である．したがって，

$$\begin{aligned} a_n =& 1 + \frac{(n-1)\{2 \times 2 + ((n-1)-1) \times 1\}}{2} \\ =& 1 + \frac{(n-1)(n+2)}{2} \\ =& \frac{2 + (n^2 + n - 2)}{2} \\ =& \frac{n^2+n}{2} = \boldsymbol{\frac{n(n+1)}{2}}. \end{aligned}$$

④ 階差数列は初項が (-2)，公比が (-2) の等比数列である．したがって，

$$\begin{aligned} a_n =& -1 + \frac{(-2) \times \left(1 - (-2)^{n-1}\right)}{1-(-2)} \\ =& -1 - \frac{2}{3}\left(1 - (-2)^{n-1}\right) \\ =& \frac{2}{3}(-2)^{n-1} - \frac{5}{3} \\ =& \boldsymbol{-\frac{(-2)^n}{3} - \frac{5}{3}}. \end{aligned}$$

この授業に関する情報
http://www.math.sie.dendai.ac.jp/hiroyasu/2010/bmed.html