基礎数学（毎日） 第 10 回小テスト　学籍番号　氏名

注意 (1) 解を導きだす経過をできるだけ丁寧に記述すること．説明が不十分な場合は減点する．

(2) 字が粗暴な解答も減点の対象とする．

(3) 最終的に導き出した答えを右側の四角の中に記入せよ．

(4) すべて解答できた者 は途中退席しても構わない．

(5) 問題と解答は http://www.math.sie.dendai.ac.jp/hiroyasu/2010/bmed.html で公開する．

点

1 次の定積分を求めなさい．(各 9 点)

(1) $\int_{-2}^{1}(2x+1)dx = \left[x^2+x\right]_{-2}^{1} = (1+1)-(4-2) = 2-2 = 0$

(1) 0

(2) $\int_{0}^{2}(x^2-3x+2)dx = \left[\frac{1}{3}x^3-\frac{3}{2}x^2+2x\right]_0^2 = \frac{8}{3}-6+4 = \frac{2}{3}$

(2) $\frac{2}{3}$

(3) $\int_{-1}^{1}(2x^3+x)dx = \left[\frac{1}{2}x^4+\frac{1}{2}x^2\right]_{-1}^{1} = \left(\frac{1}{2}+\frac{1}{2}\right)-\left(\frac{1}{2}+\frac{1}{2}\right)$

$= 1-1 = 0$

(3) 0

(4) $\int_{-2}^{2}(x^2+2)dx = \left[\frac{1}{3}x^3+2x\right]_{-2}^{2} = \left(\frac{8}{3}+4\right)-\left(-\frac{8}{3}-4\right)$

$= 2\times\left(\frac{8}{3}+4\right) = 2\times\frac{20}{3} = \frac{40}{3}$

(4) $\frac{40}{3}$

2 関数 $f(x)=x^2-2x+4$ について以下の問に答えなさい．(各 9 点)

(1) 不定積分 $\int f(x)\,dx$ を求めなさい．

(1) $\frac{1}{3}x^3-x^2+4x+C$

(2) $F(1)=3$ を満たす $f(x)$ の原始関数 $F(x)$ を求めなさい．

$F(x) = \frac{1}{3}x^3-x^2+4x+C$ とおくと $F(x)$ は $f(x)$ の原始関数である。求めるものは $F(1)=3$ となるものだから，

(2) $\frac{1}{3}x^3-x^2+4x-\frac{1}{3}$

$3 = F(1) = \frac{1}{3}-1+4+C$

$= 3+\frac{1}{3}+C \quad \therefore C+\frac{1}{3}=0$ よって $C=-\frac{1}{3}$

裏へ続く

(2010.7.7 担当：佐藤)

3 下の図 A, B について以下の問に答えなさい．(各 8 点)

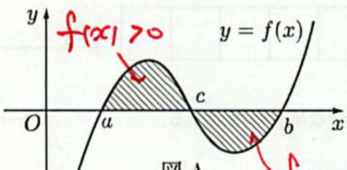


図 A

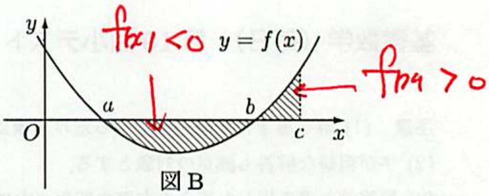


図 B

(1) 図 A の斜線部の面積を表す式を次の (ア) ～ (オ) の中からすべて選びなさい．

(1) ウ

(ア) $\int_a^b f(x)\,dx$　(イ) $-\int_a^b f(x)\,dx$　(ウ) $\int_a^c f(x)\,dx - \int_c^b f(x)\,dx$　(エ) $\int_c^b f(x)\,dx - \int_a^c f(x)\,dx$

(2) (1) を参考にして図 B の斜線部の面積を表す式を書きなさい．

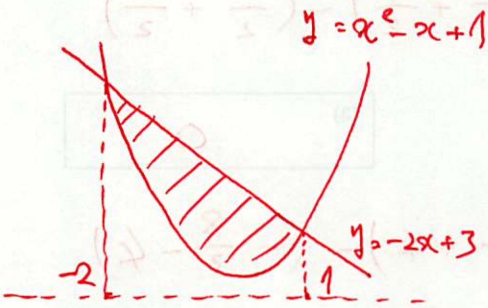
(2) $-\int_a^b f(x)\,dx + \int_b^c f(x)\,dx$

4 次の 2 つの関数に対して，(i) 2 つのグラフの交点の x 座標を求めなさい．(ii) 2 つのグラフで囲まれる図形の面積 S を定積分の式で表しなさい．(iii) 定積分を計算し，S の値を求めなさい．(各 15 点)

(1) $y=x^2-x+1,\quad y=-2x+3$

(i)
$$0=(x^2-x+1)-(-2x+3)$$
$$=x^2+x-2$$
$$=(x+2)(x-1)$$
$$\therefore\ x=-2,\ 1$$

(ii)(iii)
$$S=\int_{-2}^{1}\{(-2x+3)-(x^2-x+1)\}\,dx$$
$$=\int_{-2}^{1}(-x^2-x+2)\,dx$$
$$=\left[-\frac{1}{3}x^3-\frac{1}{2}x^2+2x\right]_{-2}^{1}$$
$$=\left(-\frac{1}{3}-\frac{1}{2}+2\right)-\left(\frac{8}{3}-2-4\right)$$
$$=-3-\frac{1}{2}+8=\frac{9}{2}$$



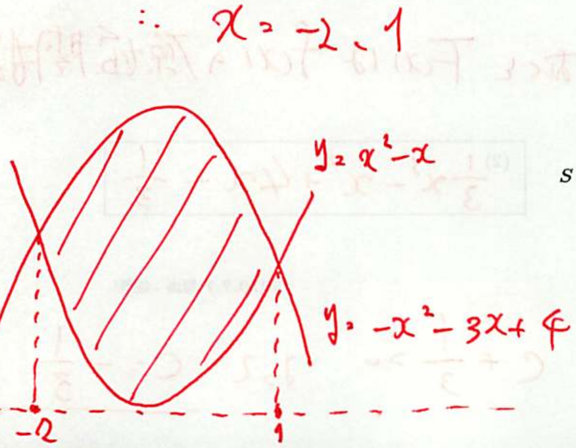
(i) $-2,\ 1$

$S=$ (ii) $\int_{-2}^{1}(-x^2-x+2)\,dx$ $=$ (iii) $\frac{9}{2}$

(2) $y=-x^2-3x+4,\quad y=x^2-x$

(i)
$$0=(x^2-x)-(-x^2-3x+4)$$
$$=2x^2+2x-4$$
$$=2(x^2+x-2)$$
$$=2(x+2)(x-1)$$
$$\therefore\ x=-2,\ 1$$

(ii)(iii)
$$S=\int_{-2}^{1}\{(-x^2-3x+4)-(x^2-x)\}\,dx$$
$$=\int_{-2}^{1}(-2x^2-2x+4)\,dx$$
$$=\left[-\frac{2}{3}x^3-x^2+4x\right]_{-2}^{1}$$
$$=\left(-\frac{2}{3}-1+4\right)-\left(\frac{16}{3}-4-8\right)$$
$$=-\frac{18}{3}+3+12=9$$



(i) $-2,\ 1$

$S=$ (ii) $\int_{-2}^{1}(-2x^2-2x+4)\,dx$ $=$ (iii) 9