基礎数学（毎日）第 9 回小テスト　学籍番号 | | | | | | | 　氏名

注意　(1) 解を導きだす経過をできるだけ丁寧に記述すること．説明が不十分な場合は減点する．
(2) 字が粗暴な解答も減点の対象とする．
(3) 最終的に導き出した答えを右側の四角の中に記入せよ．
(4) すべて解答できた者 は途中退席しても構わない．
(5) 問題と解答は http://www.math.sie.dendai.ac.jp/hiroyasu/2010/bmed.html で公開する．

点

1　次の（ア）〜（オ）の中から $f(x) = 2x - 3$ の原始関数をすべて選びなさい．(10 点)

（ア）$x^2 + 3x$　（イ）$-3x + x^2 + 3$　（ウ）$x^2 - 3x - \sqrt{2}$　（エ）$2x + C$

イ，ウ

2　次の不定積分を求めなさい．(各 9 点)

(1) $\int (2x + 1)dx$

(1) $x^2 + x + C$

(2) $\int (x^2 - 3x + 2)dx$

(2) $\frac{1}{3}x^3 - \frac{3}{2}x^2 + 2x + C$

(3) $\int (2x^3 + 3x^2 - 5)dx$

(3) $\frac{1}{2}x^4 + x^3 - 5x + C$

3　次の関数 $f(x)$ と実数 a に対し，$y = f(x)$ の $x = a$ における接線の方程式を求めなさい．(各 9 点)

(1) $f(x) = x^2 + x - 3,\quad a = -2$

$f'(x) = 2x + 1$，$f'(-2) = -3$，$f(-2) = -1$

$\therefore y = -3(x+2) - 1 = -3x - 7$

(1) $y = -3x - 7$

(2) $f(x) = 2x + 5,\quad a = 10$

$f'(x) = 2$，$f'(10) = 2$，$f(10) = 25$

$\therefore y = 2(x - 10) + 25 = 2x + 5$

(2) $y = 2x + 5$

(3) $f(x) = 2x^2 - 4x + 1,\quad a = 1$

$f'(x) = 4x - 4$，$f'(1) = 0$，$f(1) = -1$

$\therefore y = 0 \cdot (x - 1) - 1 = -1$

(3) $y = -1$

裏へ続く

$y = f(x)$ $f'(1)$

4 $\boxed{y = x^3 + ax^2 - 5x + 5}$ のグラフの $x = 1$ における接線の傾きが 1 であるとする．このときの実数 a の値を求めなさい．(10点)

$f(x) = x^3 + ax^2 - 5x + 5$ とおく．

$f'(x) = 3x^2 + 2ax - 5$

$f'(1) = 3 + 2a - 5 = 2a - 2$

$\Longleftrightarrow f'(1) = 1$

$\Longleftrightarrow 2a - 2 = 1$

$\Longleftrightarrow 2a = 3$

$\boxed{\therefore a = \frac{3}{2}}$

5 関数 $f(x) = \frac{1}{3}x^3 - 2x^2 + 3x - 1$ に対し，以下の問に答えなさい．(16点)

(1) $f(x)$ の増減表をつくりなさい．

(2) $f(x)$ の極値を求めなさい（極値を与える x の値も明記しなさい）．

(3) $y = f(x)$ のグラフの概形を描きなさい（極値と y 軸との交点の座標を明記すること）．

$f'(x) = x^2 - 4x + 3 = (x-1)(x-3)$

$f'(x) = 0 \Longleftrightarrow x = 1, 3$

(1)

x		1		3	
$f'(x)$	+	0	−	0	+
$f(x)$	↗	$\frac{1}{3}$	↘	−1	↗

$f(1) = \frac{1}{3} - 2 + 3 - 1 = \frac{1}{3}$

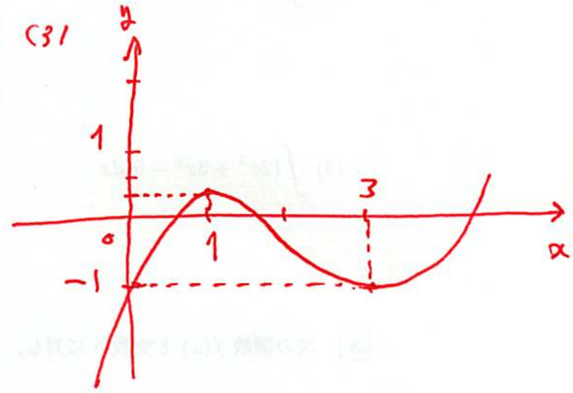
$f(3) = 9 - 18 + 9 - 1 = -1$

(2) 増減表より

極大値は $\frac{1}{3}$ $(x = 1)$

極小値は -1 $(x = 3)$

(3)



6 関数 $f(x) = 4x^3 + 3x^2 - 6x - 3$ の $-\frac{1}{2} \leq x \leq 1$ における最大値・最小値とそれを与える x の値を求めなさい．(10点)

$f'(x) = 12x^2 + 6x - 6$

$= 6(2x + x - 1)$

$= 6(2x - 1)(x + 1)$

よって $f'(x) = 0 \Longleftrightarrow x = -1, \frac{1}{2}$

$-\frac{1}{2} \leq x \leq 1$ に含まれない。

x	$-\frac{1}{2}$		$\frac{1}{2}$		1
$f'(x)$		−	0	+	
$f(x)$	$\frac{1}{4}$	↘	$-\frac{19}{4}$	↗	−2

最大値 $\boxed{\frac{1}{4} \quad (x = -\frac{1}{2})}$ 最小値 $\boxed{-\frac{19}{4} \quad (x = \frac{1}{2})}$

$f(-\frac{1}{2}) = -\frac{1}{2} + \frac{3}{4} + 3 - 3 = \frac{1}{4}$

$f(\frac{1}{2}) = \frac{1}{2} + \frac{3}{4} - 3 - 3 = -\frac{19}{4}$

$f(1) = 4 + 3 - 6 - 3 = -2$