2 次の微分係数を求めなさい．(各 8 点)

(1) $f(x) = 3x^2 - x + 5$ に対し，$f'(1)$

$f'(x) = 6x - 1$

$f'(1) = 6 \times 1 - 1 = 6 - 1 = 5$

(1)	5

(2) $f(x) = -3x + 20$ に対し，$f'(100)$

$f'(x) = -3$

$f'(100) = -3$

(2)	-3

(3) $f(x) = -x^3 + 2x^2 + 4$ に対し，$f'(-2)$

$f'(x) = -3x^2 + 4x$

$f'(-2) = -12 - 8 = -20$

(3)	-20

3 関数 $f(x) = 2x^3 + ax^2 - 4x + 3$ が $x = 2$ のまわり (近傍) で増加関数となるための a の条件 (不等式) を求めなさい．(8 点)

$\Leftrightarrow f'(2) > 0 \Leftrightarrow 20 + 4a > 0$

$f'(x) = 6x^2 + 2ax - 4$

$f'(2) = 6 \times 4 + 4a - 4$

$= 20 + 4a$

$a > -5$

4 関数 $f(x) = 2x^3 + 9x^2 + 12x + 5$ の極値を求めなさい (極値を与える x の値も明記すること)．(8 点)

$f'(x) = 6x^2 + 18x + 12$

$= 6(x^2 + 3x + 2)$

$= 6(x + 2)(x + 1)$

x		-2		-1	
$f'(x)$	$+$	0	$-$	0	$+$
$f(x)$	↗	$f(-2)$	↘	$f(-1)$	↗

増減表から

極大値 $f(-2) = -16 + 36 - 24 + 5 = 1$

極小値 $f(-1) = -2 + 9 - 12 + 5 = 0$

極大値	$1 \quad (x = -2)$
極小値	$0 \quad (x = -1)$

6 関数 $f(x) = -x^3 + 6x^2 - 9x + 1$ に対し，$y = f(x)$ のグラフの概形を描きなさい (極値と y 軸との交点の座標を明記すること)．(12 点)

$f'(x) = -3x^2 + 12x - 9$

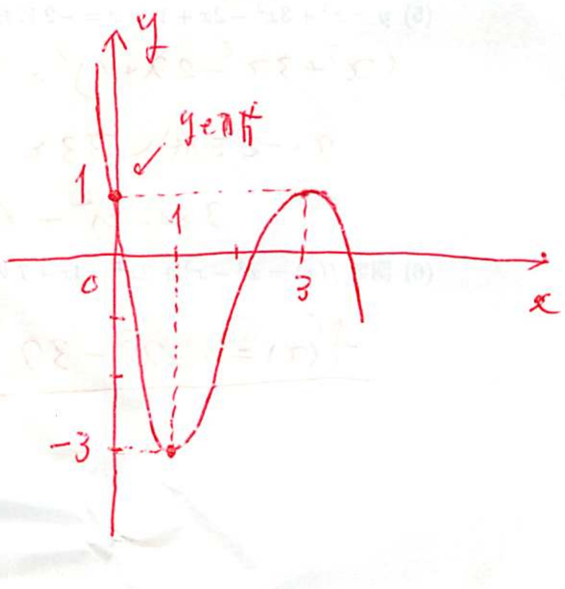
$= -3(x^2 - 4x + 3)$

$= -3(x - 1)(x - 3)$

$f'(x) = 0$ となるのは $x = 1, 3$

x		1		3	
$f'(x)$	$-$	0	$+$	0	$-$
$f(x)$	↘	-3	↗	1	↘

$f(1) = -3$ 、$f(3) = -27 + 54 - 27 + 1 = 1$



基礎数学（毎日） 第８回小テスト　学籍番号 | | | | | | | 　氏名

注意 (1) 解を導きだす経過をできるだけ丁寧に記述すること．説明が不十分な場合は減点する．
(2) 字が粗暴な解答も減点の対象とする．
(3) 最終的に導き出した答えを右側の四角の中に記入せよ．
(4) すべて解答できた者 は途中退席しても構わない．
(5) 問題と解答は http://www.math.sie.dendai.ac.jp/hiroyasu/2010/bmed.html で公開する．

点

1 次の問に答えなさい．(各点)

(1) $f(x)=x^2+3$ に対し，$x=\frac{1}{2}$ から $x=2$ までの平均変化率を求めなさい．

$$\frac{f(2)-f(\frac{1}{2})}{2-\frac{1}{2}}=\frac{(4+3)-(\frac{1}{4}+3)}{\frac{3}{2}}=\frac{\frac{15}{4}}{\frac{3}{2}}=\frac{15}{4}\times\frac{2}{3}=\frac{5}{2}$$

(1) $\frac{5}{2}$

(2) $\lim_{x\to 2}\frac{x^2-3x+2}{x^2-4}$ を求めなさい．

$$\frac{x^2-3x+2}{x^2-4}=\frac{(x-1)(x-2)}{(x-2)(x+2)}=\frac{x-1}{x+2}\xrightarrow{x\to 2}\frac{2-1}{2+2}$$

(2) $\frac{1}{4}$

(3) $f(x)=3x^2-x+5$ の $x=1$ のおける微分係数 $f'(1)$ を定義にしたがって計算しなさい．

$$f'(1)=\lim_{h\to 0}\frac{f(1+h)-f(1)}{h}=\lim_{h\to 0}\frac{3(1+h)^2-(1+h)+5-(3\times 1-1+5)}{h}$$
$$=\lim_{h\to 0}\frac{3(1+2h+h^2)-(1+h)+5-(3-1+5)}{h}$$
$$=\lim_{h\to 0}\frac{3(2+h)h-h}{h}=\lim_{h\to 0}\{3(2+h)-1\}=6-1=5$$

(4) $f(x)=x^3+x-3$ の導関数 $f'(x)$ を定義にしたがって計算しなさい．

$$f'(x)=\lim_{h\to 0}\frac{\{(x+h)^3+(x+h)-3\}-(x^3+x-3)}{h}$$
$$=\lim_{h\to 0}\frac{(x^3+3x^2h+3xh^2+h^3)+h-x^3}{h}$$
$$=\lim_{h\to 0}\frac{3x^2h+3xh^2+h^3+h}{h}=\lim_{h\to 0}(3x^2+3xh+h^2+1)=3x^2+1$$

(5) $y=x^3+3x^2-2x+1$ の $x=-2$ における接線の傾きを求めなさい．

$(x^3+3x^2-2x+1)'=3x^2+6x-2$

$x=-2$ を代入すると

$3\times(-2)^2+6\times(-2)-2=12-12-2$

(5) -2

(6) 関数 $f(x)=x^4-x^3+2x^2-4x+7$ の導関数を求めなさい．

$f'(x)=4x^3-3x^2+4x-4$

(6)

裏へ続く