

関数のグラフ

関数 $y = f(x)$ のグラフとは関係式 $b = f(a)$ を満たす点 (a, b) の集まり（集合）である。

(1) $y = cf(x)$ のグラフは $y = f(x)$ のグラフを縦方向（ y 軸方向）に c 倍したものである。

(2) $y = f(cx)$ のグラフは $y = f(x)$ のグラフを横方向（ x 軸方向）に $\frac{1}{c}$ 倍したものである。

(例) $y = \sin x$ と $y = 2 \sin x$ と $y = \sin(2x)$

(3) $y = f(x) + q$ のグラフは $y = f(x)$ のグラフを縦方向（ y 軸方向）に $(+q)$ だけ平行移動したものである。

(4) $y = f(x - p)$ のグラフは $y = f(x)$ のグラフを横方向（ x 軸方向）に $(+p)$ だけ平行移動したものである。

(例) $y = x^2$ と $y = (x - p)^2 + q$

(5) $y = -f(x)$ のグラフは $y = f(x)$ のグラフを x 軸（直線 $y = 0$ ）に関して対称変換したものである*¹。

(例) $y = \log_a x$ と $y = \log_{\frac{1}{a}} x$

(6) $y = f(-x)$ のグラフは $y = f(x)$ のグラフを y 軸（直線 $x = 0$ ）に関して対称変換したものである*²。

(例) $y = a^x$ と $y = \left(\frac{1}{a}\right)^x$

(7) $g(x)$ が $f(x)$ の逆関数*³のとき、 $y = g(x)$ のグラフは $y = f(x)$ のグラフを直線 $y = x$ に関して対称変換したものである。

(例) $y = a^x$ と $y = \log_a x$

この授業に関する情報

<http://www.math.sie.dendai.ac.jp/hiroyasu/2010/bmed.html>

*¹ (1) の特別な場合 ($c = -1$)。

*² (2) の特別な場合 ($c = -1$)。

*³ $b = f(a)$ を満たす (a, b) に対して常に $a = g(b)$ が成り立つとき、 $g(x)$ は $f(x)$ の逆関数であるという。