基礎数学 期末試験 解答

学籍番号 | | | | | | | 氏名

注意 (1) 解を導きだす経過をできるだけ丁寧に記述すること．説明が不十分な場合は減点する．
(2) 字が粗暴な解答も減点の対象とする．
(3) 途中退席は 認めない．試験時間終了まで十分見直しをすること．
(4) 答案は 7 月 27 日（火）に返却する．答案を受け取らず放置している者は 単位修得の意志がないもの と見なす．

点

25 **1** 次の各問に答えなさい．

(1) 初項が 3，公比が $\frac{2}{3}$ の等比数列の第 7 項を求めなさい．（4 点）

$a_n = 3 \times \left(\frac{2}{3}\right)^{n-1}$，$a_7 = 3 \times \left(\frac{2}{3}\right)^6$

$= \frac{2^6}{3^5} = \frac{64}{243}$

(1) $\frac{64}{243}$

(2) 一般項が $a_n = 5n - 3$ で与えられる数列 $\{a_n\}$ が等差数列か等比数列か答えなさい．また，そのときの公差または公比を求めなさい．（4 点）

等 差 数列で公 差 は (2) 5

(3) 1 から $(2n-1)$ までの奇数の総和 $1 + 3 + 5 + \cdots + (2n-1)$ の値を求めなさい（Σ 記号は使わずに n の多項式で表しなさい）．（5 点）

初項が 1，公差が 2 の等差数列を $\{a_n\}$ とおくと $a_n = 2n-1$．
求めるものは

$S_n = \sum_{k=1}^{n} a_k = \frac{n(2\times1+(n-1)\times2)}{2} = \frac{n\times2n}{2} = n^2$

(3) n^2

(4) 漸化式 $a_1 = 2$，$a_{n+1} = 3a_n - 3$ を満たす数列 $\{a_n\}$ の一般項を求めなさい．（6 点）

漸化式は

$a_{n+1} - \frac{3}{2} = 3\left(a_n - \frac{3}{2}\right)$

$b_n = a_n - \frac{3}{2}$ とおくと

$\{b_n\}$ は初項：$b_1 = a_1 - \frac{3}{2} = \frac{1}{2}$

公比 3 の等比数列

$b_n = \frac{1}{2} \times 3^{n-1}$

$\therefore a_n = \frac{3}{2} + \frac{1}{2} \times 3^{n-1}$

(4) $a_n = \frac{3^{n-1}}{2} + \frac{3}{2}$

(5) 初項が $a_1 = 3$ の数列 $\{a_n\}$ に対し，その階差数列 $\{b_n\}$ の一般項が $b_n = 2^n$ であるとする．$\{a_n\}$ の一般項を求めなさい．（6 点）

$\{b_n\}$ は初項が 2，公比が 2 の等比数列

$\therefore a_n = 3 + \frac{2(1-2^{n-1})}{1-2} = 3 - 2(1-2^{n-1}) = 1 + 2^n$

(5) $a_n = 2^n + 1$

27 **2** 次の各問に答えなさい．

(1) $\log_2 512$ の値を求めなさい（対数を用いないで表しなさい）．(5 点)

$\log_2 512 = \log_2 2^9 = 9$

(1) 9

(2) $\log_6 4 + \log_6 15 - \log_6 10$ の値を求めなさい（対数を用いないで表しなさい）．(5 点)

$= \log_6 \frac{4 \times 15}{10} = \log_6 \frac{60}{10} = \log_6 6 = 1$

(2) 1

(3) $4^x = 8$ を満たす x を有理数に形で答えなさい．(5 点)

$4^x = 8 \iff x = \log_4 8 = \frac{\log_2 8}{\log_2 4} = \frac{3}{2}$

(3) $\frac{3}{2}$

(4) 図 A のグラフの関数として最も適切なものを次の（ア）～（エ）の中から選びなさい．(6 点)

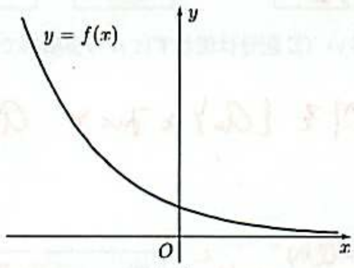


図 A

（ア） $f(x) = 2^x$

（イ） $f(x) = 2^{-x}$

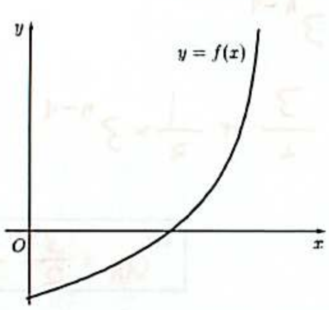
（ウ） $f(x) = -2^x$

（エ） $f(x) = -\left(\frac{1}{2}\right)^x$

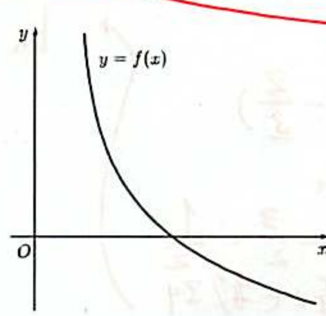
(4) イ

(5) 関数 $\boxed{f(x) = \log_{\frac{1}{2}}(x-1)}$ のグラフとして最も適切なものを次の（ア）～（エ）の中から選びなさい．(6 点)

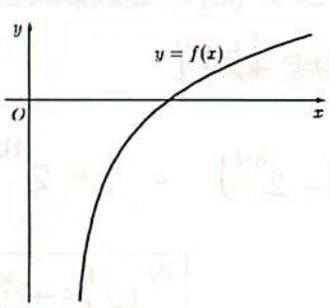
（ア）



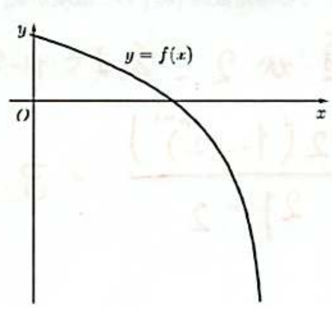
（イ）



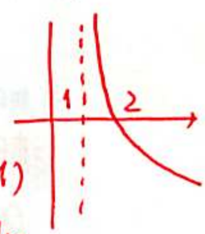
（ウ）



（エ）

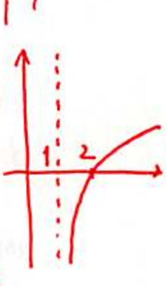


$y = -\log_2(x-1)$



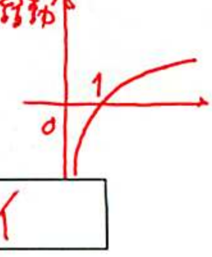
x軸に関して対称変換

$y = \log_2(x-1)$



x軸方向に (+1) 平行移動

$y = \log_2 x$



(5) イ

基礎数学 期末試験 [2枚目]　　学籍番号 | | | | | | | |　　氏名 ________

29

3 関数 $f(x) = x^3 - 6x^2 + 9x - 1$ について以下の問に答えなさい．

(1) $f(x)$ の導関数を次の（ア）〜（エ）の中からすべて選びなさい．(5点)

（ア）$3x^2 - 12x - 1$　（イ）$3(x^2 + 4x - 3)$　（ウ）$3x^2 - 12x + 9$　（オ）$x^2 - 4x + 3$

$f'(x) = 3x^2 - 12x + 9 = 3(x^2 - 4x + 3)$

(1) ウ

(2) $f(x)$ の原始関数を次の（ア）〜（エ）の中からすべて選びなさい．(5点)

（ア）$3x^2 - 12x + 9$　（イ）$\frac{1}{4}x^4 - 2x^3 + \frac{9}{2}x^2 - 1$

（ウ）$\frac{1}{4}x^4 - 2x^3 + \frac{9}{2}x^2 - x$　（オ）$\frac{1}{4}(x^4 - 8x^2 + 18x^2 - x + C)$

$F(x) = \frac{1}{4}x^4 - 2x^3 + \frac{9}{2}x^2 - x + C$
$= \frac{1}{4}(x^4 - 8x^3 + 18x^2 - 4x + C')$

(2) ウ

(3) $f(x)$ の増減表をかきなさい．(7点)

$f'(x) = 3(x^2 - 4x + 3)$
$= 3(x-1)(x-3)$
$\therefore f'(x) = 0 \Leftrightarrow x = 1, 3$

x		1		3	
$f'(x)$	+	0	−	0	+
$f(x)$	↗	3	↘	−1	↗

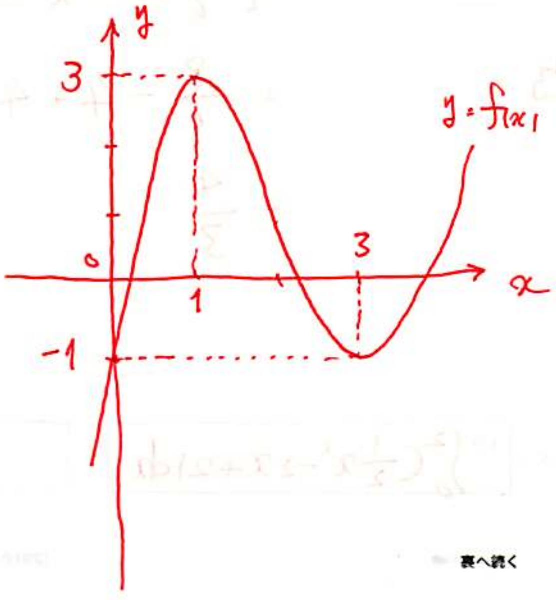
$f(1) = 1 - 6 + 9 - 1 = 3$
$f(3) = 27 - 54 + 27 - 1 = -1$

(4) $f(x)$ の極値を答えなさい（極値を与える x の値も明記しなさい）．(6点)

増減表より

(4) 極大値 $3\ (x=1)$，極小値 $-1\ (x=3)$

(5) $y = f(x)$ のグラフの概形を書きなさい（極値と y 切片の座標を明記しなさい）．(6点)



19

$\boxed{4}$ 関数 $f(x)=\frac{1}{2}x^2+x+\frac{3}{2}$ について以下の問に答えなさい．

(1) $f(x)$ の $x=2$ における微分係数を求めなさい．(5点)

$f'(x)=x+1$

$f'(2)=2+1=3$

(1) $\boxed{3}$

(2) $y=f(x)$ のグラフの $x=2$ における接線を l とする．l の方程式を求めなさい．(6点)

$f(2)=\frac{1}{2}\times 4+2+\frac{3}{2}=4+\frac{3}{2}=\frac{11}{2}$

$\therefore y=3(x-2)+\frac{11}{2}=3x-6+\frac{11}{2}=3x-\frac{1}{2}$

(2) $\boxed{y=3x-\frac{1}{2}}$

(3) $y=f(x)$ のグラフと直線 l と y 軸で囲まれる図形の面積を S とする．S を定積分の式で表し，その値を求めなさい．(8点)

$f(x)=\frac{1}{2}(x^2+2x)+\frac{3}{2}$

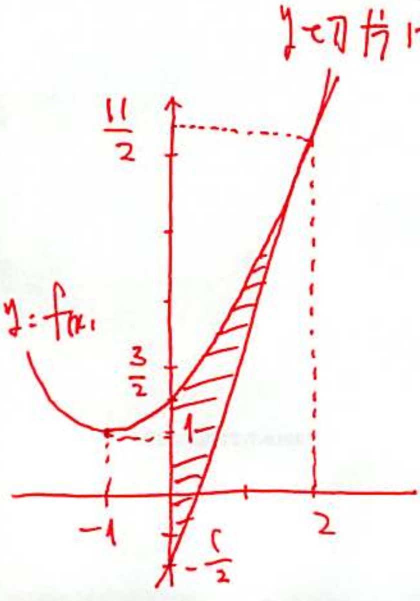
$=\frac{1}{2}\{(x+1)^2-1\}+\frac{3}{2}$

$=\frac{1}{2}(x+1)^2+1$

$y=f(x)$ のグラフは

頂点 $(-1,1)$，下に凸

y 切片は $\frac{3}{2}$．



$S=\int_0^2\left\{\left(\frac{1}{2}x^2+x+\frac{3}{2}\right)-\left(3x-\frac{1}{2}\right)\right\}dx$

$=\int_0^2\left(\frac{1}{2}x^2-2x+2\right)dx$

$=\left[\frac{1}{6}x^3-x^2+2x\right]_0^2$

$=\frac{8}{6}-4+4$

$=\frac{4}{3}$

$S=$ (3) $\boxed{\int_0^2\left(\frac{1}{2}x^2-2x+2\right)dx}$ $=$ $\boxed{\frac{4}{3}}$