

--	--	--	--	--	--	--

注意 (1) 解を導きだす経過をできるだけ丁寧に記述すること。説明が不十分な場合は減点する。

(2) 字が粗暴な解答も減点の対象とする。

(3) 最終的に導き出した答えを右側の四角の中に記入せよ。

(4) 問題・解答は <http://www.math.sie.dendai.ac.jp/hiroyasu/2010/bm.html> で公開する。

点

1 次の問に答えなさい。(各6点)

(1)  $f(x) = x^2 - 3$  に対し,  $x = -\frac{1}{2}$  から  $x = 1$  までの平均変化率を求めなさい。

$$\frac{(1-3) - \left(-\frac{1}{4} - 3\right)}{1 - \left(-\frac{1}{2}\right)} = \frac{\frac{3}{4}}{\frac{3}{2}} = \frac{3}{4} \times \frac{2}{3} = \frac{1}{2}$$

(1)  $\frac{1}{2}$

(2)  $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{x^2 - x - 2}{x^2 - 4}$  を求めなさい。

$$= \lim_{x \rightarrow 2} \frac{(x-2)(x+1)}{(x-2)(x+2)} = \lim_{x \rightarrow 2} \frac{x+1}{x+2} = \frac{3}{4}$$

(2)  $\frac{3}{4}$

(3)  $f(x) = 3x^2 - x - 3$  の  $x = -1$  における微分係数  $f'(-1)$  を定義にしたがって計算しなさい。

$$\begin{aligned} f'(-1) &= \lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(-1+h) - f(-1)}{h} = \lim_{h \rightarrow 0} \frac{\{3(-1+h)^2 - (-1+h) - 3\} - (3+1-3)}{h} \\ &= \lim_{h \rightarrow 0} \frac{\{3(1-2h+h^2) + 1-h-3\} - 1}{h} \\ &= \lim_{h \rightarrow 0} \frac{-7h+3h^2}{h} = \lim_{h \rightarrow 0} (-7+3h) = -7 \end{aligned}$$

(4) 関数  $f(x) = 2x^4 + x^3 - 4x^2 - 2x + 10$  の導関数を求めなさい。

$$f'(x) = 8x^3 + 3x^2 - 8x - 2$$

(4)

(5)  $y = x^2 - 2x + 2$  の  $x = -1$  における接線の方程式を求めなさい。

$$f(x) = x^2 - 2x + 2 \text{ とおく}$$

$$f'(x) = 2x - 2$$

$$f'(-1) = -4$$

$$f(-1) = 1 + 2 + 2 = 5$$

(5)  $y = -4x + 1$

$$\therefore y = -4(x+1) + 5 = -4x + 1$$

2 関数  $f(x) = \frac{1}{3}x^3 + 2x^2 + 3x - 1$  に対し、以下の問に答えなさい。(12点)

- (1)  $f(x)$  の増減表をつくりなさい。
- (2)  $f(x)$  の極値を求めなさい (極値を与える  $x$  の値も明記しなさい)。
- (3)  $y = f(x)$  のグラフの概形を描きなさい (極値と  $y$  軸との交点の座標を明記すること)。

$$f'(x) = x^2 + 4x + 3$$

$$= (x+1)(x+3)$$

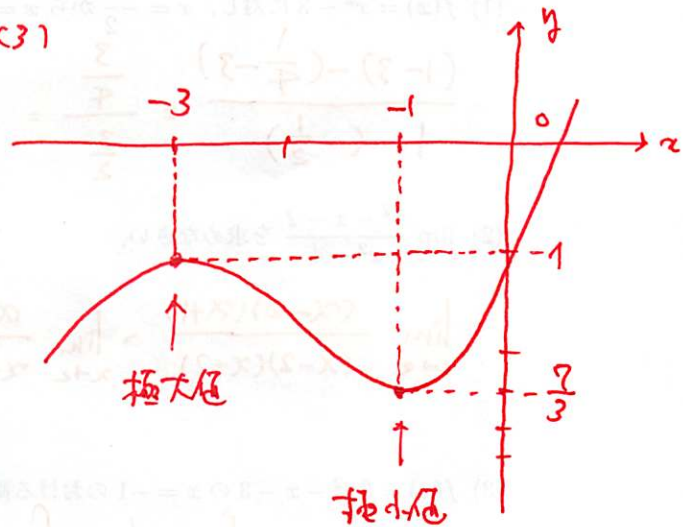
(2) 極大値  $-1$  ( $x = -3$ )  
 極小値  $-\frac{7}{3}$  ( $x = -1$ )

$$\therefore f'(x) = 0 \Leftrightarrow x = -3, -1$$

(1)

$x$		$-3$		$-1$	
$f'(x)$	$+$	$0$	$-$	$0$	$+$
$f(x)$	$\nearrow$	$-1$	$\searrow$	$-\frac{7}{3}$	$\nearrow$

(3)



$$f(-3) = -9 + 18 - 9 - 1 = -1$$

$$f(-1) = -\frac{1}{3} + 2 - 3 - 1 = -\frac{7}{3}$$

3 関数  $f(x) = -4x^3 + 3x^2 + 6x + 3$  の  $-1 \leq x \leq \frac{1}{2}$  における最大値・最小値とそれを与える  $x$  の値を求めなさい。(8点)

$$f'(x) = -12x^2 + 6x + 6$$

$$= -6(2x^2 - x - 1)$$

$$= -6(2x+1)(x-1)$$

$$\therefore f'(x) = 0 \Leftrightarrow x = -\frac{1}{2}, 1$$

$$f(-1) = 4 + 3 - 6 + 3 = 4$$

$$f(-\frac{1}{2}) = \frac{1}{2} + \frac{3}{4} - 3 + 3 = \frac{5}{4}$$

$$f(\frac{1}{2}) = -\frac{1}{2} + \frac{3}{4} + 3 + 3 = \frac{1}{4} + 6 = \frac{25}{4}$$

$x$	$-1$		$-\frac{1}{2}$		$\frac{1}{2}$
$f'(x)$	$-$		$0$		$+$
$f(x)$	$4$	$\searrow$	$\frac{5}{4}$	$\nearrow$	$\frac{25}{4}$
	$\frac{16}{4}$		$\uparrow$		$\uparrow$
			最小		最大

最大値

$$\frac{25}{4} \quad (x = \frac{1}{2})$$

最小値

$$\frac{5}{4} \quad (x = -\frac{1}{2})$$