関数のグラフ

関数 $y = f(x)$ のグラフとは関係式 $\boldsymbol{b = f(a)}$ を満たす点 $\boldsymbol{(a, b)}$ の集まり（集合）である.

(1) $y = c\,f(x)$ のグラフは $y = f(x)$ のグラフを縦方向（y 軸方向）に $\boldsymbol{c}$ 倍したものである.

(2) $y = f(cx)$ のグラフは $y = f(x)$ のグラフを横方向（x 軸方向）に $\boldsymbol{\frac{1}{c}}$ 倍したものである.

（例）$y = \sin x$ と $y = 2\sin x$ と $y = \sin(2x)$

(3) $y = f(x) + q$ のグラフは $y = f(x)$ のグラフを縦方向（$\boldsymbol{y}$ 軸方向）に $\boldsymbol{(+q)}$ だけ平行移動したものである.

(4) $y = f(x - p)$ のグラフは $y = f(x)$ のグラフを横方向（$\boldsymbol{x}$ 軸方向）に $\boldsymbol{(+p)}$ だけ平行移動したものである.

（例）$y = x^2$ と $y = (x - p)^2 + q$

(5) $y = -f(x)$ のグラフは $y = f(x)$ のグラフを $\boldsymbol{x}$ 軸（直線 $\boldsymbol{y = 0}$）に関して対称変換したものである[*1].

（例）$y = \log_a x$ と $y = \log_{\frac{1}{a}} x$

(6) $y = f(-x)$ のグラフは $y = f(x)$ のグラフを $\boldsymbol{y}$ 軸（直線 $\boldsymbol{x = 0}$）に関して対称変換したものである[*2].

（例）$y = a^x$ と $y = \left(\frac{1}{a}\right)^x$

(7) $g(x)$ が $f(x)$ の逆関数[*3]のとき，$y = g(x)$ のグラフは $y = f(x)$ のグラフを直線 $\boldsymbol{y = x}$ に関して対称変換したものである.

（例）$y = a^x$ と $y = \log_a x$

この授業に関する情報

http://www.math.sie.dendai.ac.jp/hiroyasu/2010/bm.html

[*1] (1) の特別な場合 ($c = -1$).

[*2] (2) の特別な場合 ($c = -1$).

[*3] $b = f(a)$ を満たす (a, b) に対して常に $a = g(b)$ が成り立つとき，$g(x)$ は $f(x)$ の逆関数であるという.