

問題 5.1. 対数の性質を使って次の値を求めなさい.

$$(1) \log_2 8 = \log_2 2^3 = 3$$

$$(2) \log_3 81 = \log_3 3^4 = 4$$

$$(3) \log_2 64 \div \log_3 27 = \log_2 2^6 \div \log_3 3^3 = 6 \div 3 = 2$$

$$(4) \log_6 18 + \log_6 12 = \log_6 (18 \times 12) = \log_6 6^3 = 3$$

$$(5) \log_7 21 - \log_7 3 = \log_7 \left(\frac{21}{3} \right) = \log_7 7 = 1$$

$$(6) \log_8 125 - \log_4 10 - \log_2 \left(\frac{1}{\sqrt{10}} \right) \\ = \frac{\log_2 125}{\log_2 8} - \frac{\log_2 10}{\log_2 4} - \log_2 10^{-\frac{1}{2}} = \frac{1}{3} \log_2 5^3 - \frac{1}{2} \log_2 10 + \frac{1}{2} \log_2 10 = \log_2 5$$

問題 5.2. 次の式の に当てはまる有理数を求めなさい.

$$(1) \log_2 3 + 2 = \log_2 \text{ }$$

$$\log_2 3 + 2 = \log_2 3 + 2 \log_2 2 = \log_2 3 + \log_2 2^2 = \log_2 (3 \times 4) = \log_2 12$$

$$(2) \log_3 5 - 1 = \log_3 \text{ }$$

$$\log_3 5 - 1 = \log_3 5 - \log_3 3 = \log_3 \left(\frac{5}{3} \right)$$

ヒント： $\log_a a = 1$ より， $b = b \times \log_a a = \log_a a^b$.

問題 5.3. $\log_{10} 3 = 0.4771$ として，以下の問に答えなさい.

(1) 3^7 は何桁の数か求めなさい.

$$\log_{10} 3^7 = 7 \times 0.4771 = 3.3397. \text{ つまり } 3^7 = 10^{3.3397} \text{ と書ける. } 10^3 \leq 10^{3.3397} < 10^4 \text{ であるから, } 3^7 \text{ は 4 桁の数である (実際に } 3^7 = 2187 \text{).}$$

(2) 3^{50} は何桁の数か求めなさい.

$$\log_{10} 3^{50} = 50 \times 0.4771 = 23.855. \text{ } 23 \leq \log_{10} 3^{50} < 24 \text{ より, } 3^{50} \text{ は 24 桁の数である.}$$

ヒント：正の数 A が n 桁であるとは， $10^{n-1} \leq A < 10^n$ が成り立つことである.