

基礎数学 第3回小テスト

学籍番号

氏名

- 注意 (1) 解を導きだす経過をできるだけ丁寧に記述すること。説明が不十分な場合は減点する。
 (2) 字が粗暴な解答も減点の対象とする。
 (3) 最終的に導き出した答えを右側の四角の中に記入せよ..
 (4) 解答は <http://www.math.sie.dendai.ac.jp/hiroyasu/2010/bm.html> で公開する。

点

1 次の各問に答えなさい。(各7点)

(1) $3x^2 - x - 2$ を因数分解しなさい。

$f(x) = 3x^2 - x - 2$ とおくと

$f(1) = 0$ より $f(x)$ は $(x-1)$ で割り切れる

$f(x) = (x-1)(3x+2)$

$$\begin{array}{r} 3x+2 \\ x-1 \overline{) 3x^2-x-2} \\ \underline{3x^2-3x} \\ 2x-2 \\ \underline{2x-2} \\ 0 \end{array}$$

(1) $(x-1)(3x+2)$

(2) $x^2 + 2x + 2 = 0$ を解きなさい (解は複素数でもよい)。

解の公式より

$$x = \frac{-2 \pm \sqrt{4-8}}{2} = \frac{-2 \pm \sqrt{-4}}{2} = \frac{-2 \pm 2i}{2} = \frac{2(-1 \pm i)}{2} = -1 \pm i$$

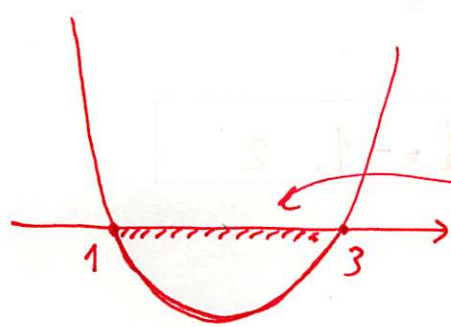
(2) $-1 \pm i$

(3) 不等式 $x^2 - 4x + 3 < 0$ を満たす実数 x の範囲を求めなさい。

$y = x^2 - 4x + 3$ のグラフは下に凸で

x 軸との交点は $x = 1, 3$ である

$(x^2 - 4x + 3 = (x-1)(x-3))$



$y < 0$ となるのは
 $=$ 部分 (範囲)
 かつ 間隙

(3) $1 < x < 3$

2 関数 $f(x) = x^2 - x - 12$ に対し、 $-1 \leq x \leq 1$ における $f(x)$ の最大値、最小値を求めなさい。なお、そのときの x の値も明記しなさい。(8点)

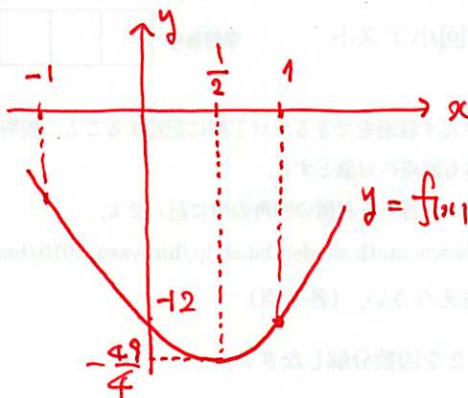
$$f(x) = \left(x - \frac{1}{2}\right)^2 - \frac{49}{4}$$

$y = f(x)$ のグラフは

・ 頂点は $\left(\frac{1}{2}, -\frac{49}{4}\right)$

・ 下に凸

・ y 切片は -12



$$f(-1) = -10$$

$$f(1) = -12$$

最大値

$$-10 \quad (x = -1)$$

最小値

$$-\frac{49}{4} \quad (x = \frac{1}{2})$$

3 関数 $f(x) = x^2 - 2kx + k + 2$ (ただし、 k は定数) について以下の間に答えなさい。(各7点)

(1) $f(x)$ を x に関して平方完成し、 $y = f(x)$ のグラフの頂点の座標を k を用いて表しなさい。

$$f(x) = (x - k)^2 - k^2 + k + 2$$

$$(1) \quad (k, -k^2 + k + 2)$$

(2) $y = f(x)$ のグラフが下に凸か上に凸か考え、 $f(x)$ の最小値を k を用いて表しなさい。

$y = f(x)$ は下に凸だから

頂点の y 座標が最小値

$$(2) \quad -k^2 + k + 2$$

(3) $f(x)$ の最小値が0となるための k の条件 (k の値) を求めなさい。

$$-k^2 + k + 2 = 0$$

$$k^2 - k - 2 = 0$$

$$(k - 2)(k + 1) = 0$$

$$\therefore k = -1, 2$$

$$(3) \quad k = -1, 2$$