

--	--	--	--	--	--	--	--

- 注意 (1) 解を導きだす経過をできるだけ丁寧に記述すること。説明が不十分な場合は減点する。
 (2) 字が粗暴な解答は減点の対象とする。
 (3) 途中退席は認めない。試験時間終了まで十分見直しをすること。
 (4) 答えは1月8日に返却する。答案を受け取らずに放置している者は減点の対象とする。

点

1 次の各問に答えなさい (説明は不要、解を答えるだけでよい)。 (各 10 点)

(1) 次の (ア) ~ (エ) の中から、符号が -1 の置換をすべて選びなさい。

(ア) $\begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 \\ 3 & 4 & 1 & 2 \end{pmatrix}$ (イ) $\begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 \\ 2 & 3 & 1 & 4 \end{pmatrix}$ (ウ) $\begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 \\ 3 & 1 & 4 & 2 \end{pmatrix}$ (エ) $\begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 \\ 4 & 1 & 2 & 3 \end{pmatrix}$

Handwritten notes for (1):
 $\begin{cases} 00 & 10 \\ 0x & 5 \\ 00x & 5 \end{cases}$

(1) $\boxed{\text{ウ, エ}}$

(2) 次の (ア) ~ (エ) の中から正則行列をすべて選びなさい。

(ア) $\begin{pmatrix} 1 & 2 \\ -2 & 1 \end{pmatrix}$ (イ) $\begin{pmatrix} 1 & -2 \\ -2 & 4 \end{pmatrix}$ (ウ) $\begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & -1 \end{pmatrix}$ (エ) $\begin{pmatrix} 2 & 1 \\ -4 & -2 \end{pmatrix}$

Handwritten notes for (2):
 • 逆行列が存在する
 • 行列式が 0 ではない

(2) $\boxed{\text{ア, ウ}}$

(3) n 次正方行列 A の余因子行列を \tilde{A} で表す。余因子行列に関する次の命題 (ア) ~ (ウ) の中から正しいもの (真の命題) をすべて選びなさい。

- (ア) 任意の行列 A に対し、 $A\tilde{A} = \det(A)E_n$ が成り立つ。
 (イ) 正則行列 A に対し、 $A^{-1} = \frac{1}{\det(A)}\tilde{A}$.
 (ウ) 正則行列 A に対し、 $\tilde{A}^{-1} = \det(A)A$.
 (エ) $A = \tilde{A}$ を満たす行列は単位行列だけである。

Handwritten note: (ア) \Rightarrow (イ)

Handwritten note: (エ) の反例: $\begin{pmatrix} -1 & 0 \\ 0 & -1 \end{pmatrix}$

(2) $\boxed{\text{ア, イ}}$

- 2 連立方程式 $\begin{cases} x + 2z = 1 \\ 2x - y + 2z = 3 \\ 3x + 2y + 10z = 1 \end{cases}$ の解を求めなさい。(20点)

$$\begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 \\ -1 \\ 0 \end{pmatrix} + k \begin{pmatrix} -2 \\ -2 \\ 1 \end{pmatrix} \quad (k \in \mathbb{R})$$

- 3 行列 $\begin{pmatrix} 1 & 0 & 1 \\ 3 & 2 & 0 \\ 0 & 1 & -1 \end{pmatrix}$ の逆行列を求めなさい。(20点)

$$\begin{pmatrix} -2 & 1 & -2 \\ 3 & -1 & 3 \\ 3 & -1 & 2 \end{pmatrix}$$

$$\begin{pmatrix} 0 & 1 & -1 \\ 1 & 0 & 0 \end{pmatrix} : \text{増大}(II)$$

--	--	--	--	--	--	--	--

4 行列 $A = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 2 \\ 0 & 2 & 2 \\ -2 & 1 & 0 \end{pmatrix}$ に対し, 次の間に答えなさい.

- (1) A の行列式を求めなさい. (10 点)
(2) A の余因子行列 \tilde{A} を求めなさい. (20 点)

$$A \tilde{A} = \det(A) E_3$$

(1) $\det(A) =$ 6

(2) $\tilde{A} =$ $\begin{pmatrix} -2 & 2 & -4 \\ -4 & 4 & -2 \\ 4 & -1 & 2 \end{pmatrix}$