線形代数（再履修）第 10 回小テスト問題

2009.12.18（担当：佐藤）

$\boxed{\mathbf{1}}$　次の行列の行列式を求めなさい．(20 点)．

$$\begin{pmatrix} 3 & 0 & 1 & -1 \\ -2 & 1 & -1 & -1 \\ 0 & -2 & 1 & 0 \\ 1 & -1 & 0 & 2 \end{pmatrix}$$

$\boxed{\mathbf{2}}$　行列 $A = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 3 & 4 & 5 \\ 1 & 1 & 1 \end{pmatrix}$ について以下の問に答えなさい．(各 10 点)

(1) A の行列式を求めなさい．

(2) A の余因子行列 $\tilde{A}$ を求めなさい．

(3) $A\tilde{A}$ を求めなさい．

$\boxed{\mathbf{3}}$　行列 $A = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 2 \\ 3 & 1 & -1 \\ 2 & 1 & -2 \end{pmatrix}$，ベクトル $\boldsymbol{b} = \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \\ 2 \end{pmatrix}$ について以下の問に答えなさい．(各 10 点)

(1) A の行列式を求めなさい．

(2) A の第 1 列をベクトル $\boldsymbol{b}$ の成分に置き換えた行列 $\begin{pmatrix} 0 & 0 & 2 \\ 1 & 1 & -1 \\ 2 & 1 & -2 \end{pmatrix}$ を A_1 とおく．A_1 の行列式を求めなさい．

(3) (2) と同様に，A の第 2 列をベクトル $\boldsymbol{b}$ に置き換えた行列を A_2 とおく．A_2 の行列式を求めなさい．

(4) (2) と同様に，A の第 3 列をベクトル $\boldsymbol{b}$ に置き換えた行列を A_3 とおく．A_3 の行列式を求めなさい．

(5) $x = \dfrac{\det(A_1)}{\det(A)}$，$y = \dfrac{\det(A_2)}{\det(A)}$，$z = \dfrac{\det(A_3)}{\det(A)}$ が連立方程式

$$\begin{cases} x + 2z = 0 \\ 3x + y - z = 1 \\ 2x + y - 2z = 2 \end{cases} \qquad (\text{つまり，} A\boldsymbol{x} = \boldsymbol{b})$$

の解になることを示しなさい（確かめなさい）．

線形代数（再履修）第 10 回小テスト[*1]

注意事項

(1) 出題順に解答しなくてもよいが，どの問題の解かがわかるように問題番号を記述すること．
(2) 答案は解を導きだす過程もできるだけ丁寧に記述すること．説明が不十分な解答は減点の対象とする．
(3) 字の粗暴な解答は減点の対象とする．
(4) 答案用紙が足りなくなった者は挙手をして試験監督者に追加の用紙をもらうこと．なお，答案用紙の裏を使用しても構わない．
(5) 試験時間終了前に すべての解答 が終わった者は途中退席しても構わない．
(6) 必ず自己採点すること．
(7) やり直しレポートの提出期限を **12 月 22 日（火）16:30（厳守）** とする．

[*1] この授業に関する情報：http://www.math.sie.dendai.ac.jp/hiroyasu/2009/lare.html