線形代数（再履修）第 10 回小テスト解答

2009.12.18（担当：佐藤）

$\boxed{\mathbf{1}}$ 次の行列の行列式を求めなさい．（20 点）$\det\begin{pmatrix} 3 & 0 & 1 & -1 \\ -2 & 1 & -1 & -1 \\ 0 & -2 & 1 & 0 \\ 1 & -1 & 0 & 2 \end{pmatrix} = \mathbf{-6}$

$\boxed{\mathbf{2}}$ 行列 $A = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 3 & 4 & 5 \\ 1 & 1 & 1 \end{pmatrix}$ について以下の問に答えなさい．（各 10 点）

(1) A の行列式を求めなさい． $\det(A) = \mathbf{0}$

(2) A の余因子行列 $\tilde{A}$ を求めなさい． $\tilde{A} = \begin{pmatrix} -1 & 1 & -2 \\ 2 & -2 & 4 \\ -1 & 1 & -2 \end{pmatrix}$

(3) $A\tilde{A}$ を求めなさい． $A\tilde{A} = O$

$\boxed{\mathbf{3}}$ 行列 $A = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 2 \\ 3 & 1 & -1 \\ 2 & 1 & -2 \end{pmatrix}$，ベクトル $\boldsymbol{b} = \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \\ 2 \end{pmatrix}$ について以下の問に答えなさい．（各 10 点）

(1) A の行列式を求めなさい． $\det(A) = \mathbf{1}$

(2) $\det(A_1) = \det\begin{pmatrix} 0 & 0 & 2 \\ 1 & 1 & -1 \\ 2 & 1 & -2 \end{pmatrix} = \mathbf{-2}$

(3) $\det(A_2) = \det\begin{pmatrix} 1 & 0 & 2 \\ 3 & 1 & -1 \\ 2 & 2 & -2 \end{pmatrix} = \mathbf{8}$

(4) $\det(A_3) = \det\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 3 & 1 & 1 \\ 2 & 1 & 2 \end{pmatrix} = \mathbf{1}$

(5) $x = \dfrac{\det(A_1)}{\det(A)}$, $y = \dfrac{\det(A_2)}{\det(A)}$, $z = \dfrac{\det(A_3)}{\det(A)}$ が連立方程式 $A\boldsymbol{x} = \boldsymbol{b}$ の解になることを示しなさい（確かめなさい）． $x = -2, y = 8, z = 1$ を連立方程式の各方程式に代入し，連立方程式の解となることを確かめよ．