線形代数（再履修）第 8 回小テスト問題 **2009.11.27**（担当：佐藤）

$\boxed{\mathbf{1}}$ 次の連立方程式を $A\boldsymbol{x}=\boldsymbol{b}$ と行列表示するとき，(i) 係数行列 A の逆行列を求めなさい（15 点）．また，(ii)$A^{-1}\boldsymbol{b}$ を計算し，連立方程式の解を求めなさい（必ず検算すること）（10 点）．

(1) $\begin{cases} 2x+y-2z=1 \\ -2x-y+z=2 \\ x+2y-z=3 \end{cases}$

(2) $\begin{cases} 2x+y-2z=1 \\ -2x-y+z=2 \\ 3x+2y-z=3 \end{cases}$

$\boxed{\mathbf{2}}$ 行列 $A=\begin{pmatrix} 1 & 2 & -2 \\ -1 & 4 & -2 \\ -1 & 1 & 1 \end{pmatrix}$ に対し，以下の問に答えなさい．

(1) $\boldsymbol{v}_1=\begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix}, \boldsymbol{v}_2=\begin{pmatrix} 0 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix}, \boldsymbol{v}_3=\begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix}$ とおく．このとき，各 $k=1,2,3$ に対し，$A\boldsymbol{v}_k=c_k\boldsymbol{v}_k$ となるような実数 c_k を求めなさい[*1]．（各 10 点）

(2) $\boldsymbol{v}_k$ を並べてできる 3 次正方行列 $P=\begin{pmatrix} \boldsymbol{v}_1 & \boldsymbol{v}_2 & \boldsymbol{v}_3 \end{pmatrix}$ に対し，$P^{-1}AP$ を求めなさい．（20 点）

[*1] 勝手な行列 A とベクトル $\boldsymbol{v}$ に対し，いつでも $A\boldsymbol{v}=c\boldsymbol{v}$ となる実数 c が存在するとは限らない．これを満たすベクトルは（行列 A に対して定まる）特別なベクトルである．

線形代数（再履修）第 8 回小テスト[*2]

注意事項

(1) 出題順に解答しなくてもよいが，どの問題の解かがわかるように問題番号を記述すること．

(2) 答案は解を導きだす過程もできるだけ丁寧に記述すること．説明が不十分な解答は減点の対象とする．

(3) 字の粗暴な解答は減点の対象とする．

(4) 答案用紙が足りなくなった者は挙手をして試験監督者に追加の用紙をもらうこと．なお，答案用紙の裏を使用しても構わない．

(5) 試験時間終了前に すべての解答 が終わった者は途中退席しても構わない．

(6) 必ず自己採点すること．

(7) やり直しレポートの提出期限を **12 月 1 日（火）16:30** とする．

[*2] この授業に関する情報：http://www.math.sie.dendai.ac.jp/hiroyasu/2009/lare.html