

線形代数（再履修） 中間試験 解答

1 次の各問に答えなさい。

(1) 複素数 $1 + \sqrt{3}i$ と絶対値が等しい複素数を次の (ア) ~ (エ) の中からすべて選びなさい。

(ア) $2 + 2i$ (イ) $-\sqrt{3} + i$ (ウ) $3 - i$ (エ) $\sqrt{2} - \sqrt{2}i$

(2) 次の (ア) ~ (エ) の中から交代行列をすべて選びなさい。

(ア) $\begin{pmatrix} 0 & 2 & -2 \\ 2 & 0 & 1 \\ 2 & -1 & 0 \end{pmatrix}$ (イ) $\begin{pmatrix} 0 & 2 & -2 \\ -2 & 0 & 1 \\ 2 & -1 & 0 \end{pmatrix}$

(ウ) $\begin{pmatrix} 1 & 2 & -2 \\ -2 & 0 & 1 \\ 2 & -1 & 0 \end{pmatrix}$ (エ) $\begin{pmatrix} 0 & -2 & 2 \\ 2 & 0 & -1 \\ -2 & 1 & 0 \end{pmatrix}$

(3) 逆行列を持つ行列を次の (ア) ~ (ウ) の中から選び、その逆行列を求めなさい。

(ア) $\begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 2 & 4 \end{pmatrix}$ (イ) $\begin{pmatrix} 1 & 4 \\ 2 & 2 \end{pmatrix}^{-1} = \frac{1}{6} \begin{pmatrix} -2 & 4 \\ 2 & -1 \end{pmatrix}$ (ウ) $\begin{pmatrix} -1 & 2 \\ -2 & 4 \end{pmatrix}$

2

$A = \begin{pmatrix} 2 & -1 & 1 \\ 0 & 3 & 1 \\ 1 & 2 & -2 \end{pmatrix}$, $B = \begin{pmatrix} 1 & -3 & 2 \\ 2 & -1 & 0 \\ 4 & 1 & -1 \end{pmatrix}$ について以下を求めなさい。

(1) $AB = \begin{pmatrix} 4 & -4 & 3 \\ 10 & -2 & -1 \\ -3 & -7 & 4 \end{pmatrix}$ (2) ${}^tB{}^tA = {}^t(AB) = \begin{pmatrix} 4 & 10 & -3 \\ -4 & -2 & -7 \\ 3 & -1 & 4 \end{pmatrix}$

3

ベクトル $\mathbf{a} = \begin{pmatrix} 1 \\ -1 \\ 3 \end{pmatrix}$, $\mathbf{b} = \begin{pmatrix} 2-k \\ k \\ -1 \end{pmatrix}$ に対し、次の間に答えなさい。

(1) \mathbf{a} と \mathbf{b} の長さが等しくなるための k の条件を求めなさい。 $k = 3$ または -1

(2) \mathbf{a} と \mathbf{b} が直交するための k の条件を求めなさい。 $k = -\frac{1}{2}$

4 次の連立方程式の解を求めなさい。

(1) $\begin{cases} 2x + 3y - z = 8 \\ x + 4y - 2z = 8 \\ -x + 2z = -4 \end{cases} \quad \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 2 \\ 1 \\ -1 \end{pmatrix}$

(2) $\begin{cases} x + 2y - 5z = 4 \\ x + 3y - 7z = 5 \\ -2x + y = -3 \end{cases} \quad \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 2 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix} + k \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \\ 1 \end{pmatrix} \quad (k \text{ は任意の実数})$