情報数学 III 第 6 回小テスト解答

2009.11.30（担当：佐藤）

$\boxed{\mathbf{1}}$ xyz-空間内の平面 $x-\sqrt{3}\,y-\sqrt{2}\,z-\sqrt{6}=0$ を π とする．以下の問に答えなさい．

(1) 直交行列 $A=\begin{pmatrix} \frac{1}{\sqrt{6}} & \frac{2}{\sqrt{6}} & -\frac{1}{\sqrt{6}} \\ \frac{1}{\sqrt{2}} & 0 & \frac{1}{\sqrt{2}} \\ -\frac{1}{\sqrt{3}} & \frac{1}{\sqrt{3}} & \frac{1}{\sqrt{3}} \end{pmatrix}$ を用いて $\begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix}=A\begin{pmatrix} \bar{x} \\ \bar{y} \\ \bar{z} \end{pmatrix}$ と座標変換する．x,y,z それぞれを $\bar{x},\bar{y},\bar{z}$ で表しなさい．

$\begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix}=A\begin{pmatrix} \bar{x} \\ \bar{y} \\ \bar{z} \end{pmatrix}=\begin{pmatrix} \frac{1}{\sqrt{6}}\bar{x}+\frac{2}{\sqrt{6}}\bar{y}-\frac{1}{\sqrt{6}}\bar{z} \\ \frac{1}{\sqrt{2}}\bar{x}+\frac{1}{\sqrt{2}}\bar{z} \\ -\frac{1}{\sqrt{3}}\bar{x}+\frac{1}{\sqrt{3}}\bar{y}+\frac{1}{\sqrt{3}}\bar{z} \end{pmatrix}$．したがって，

$$\underline{x=\frac{1}{\sqrt{6}}\bar{x}+\frac{2}{\sqrt{6}}\bar{y}-\frac{1}{\sqrt{6}}\bar{z},\quad y=\frac{1}{\sqrt{2}}\bar{x}+\frac{1}{\sqrt{2}}\bar{z},\quad z=-\frac{1}{\sqrt{3}}\bar{x}+\frac{1}{\sqrt{3}}\bar{y}+\frac{1}{\sqrt{3}}\bar{z}}$$

(2) 平面 π を $\bar{x}\bar{y}\bar{z}$ 座標の方程式で表しなさい．

(1) で求めた式を平面 π の方程式に代入すればよい．$\underline{\bar{z}=-1}$

$\boxed{\mathbf{2}}$ xy-平面内の方程式

$$x^2+6xy+y^2-3x-y=0 \qquad (*)$$

について以下の問に答えなさい．（各 25 点）

(1) 直交行列 $A=\begin{pmatrix} \frac{1}{\sqrt{2}} & \frac{1}{\sqrt{2}} \\ \frac{1}{\sqrt{2}} & -\frac{1}{\sqrt{2}} \end{pmatrix}$ を用いて $\begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix}=A\begin{pmatrix} \bar{x} \\ \bar{y} \end{pmatrix}$ と座標変換する．方程式 $(*)$ を $\bar{x}\bar{y}$ 座標で表しなさい．

$\underline{4\bar{x}^2-2\bar{y}^2-2\sqrt{2}\bar{x}-\sqrt{2}\bar{y}=0}$

(2) さらに $\begin{pmatrix} \bar{x} \\ \bar{y} \end{pmatrix}=\begin{pmatrix} \tilde{x} \\ \tilde{y} \end{pmatrix}+\begin{pmatrix} \frac{\sqrt{2}}{4} \\ -\frac{\sqrt{2}}{4} \end{pmatrix}$ と座標変換するとき，(1) で求めた方程式を $\tilde{x}\tilde{y}$ 座標で表しなさい．

$\underline{4\tilde{x}^2-2\tilde{y}^2-\frac{1}{4}=0}$