

1 次の行列が (i) 直交行列になるような k を求めなさい。また、(ii) 求めた k に対し、行列式の値を求めなさい。(各 15 点)

$$(1) \begin{pmatrix} \frac{1}{\sqrt{2}} & \frac{1}{\sqrt{2}} \\ \frac{1}{\sqrt{2}} & k \end{pmatrix} \quad (2) \begin{pmatrix} \frac{\sqrt{3}}{2} & 0 & \frac{1}{2} \\ 0 & -1 & 0 \\ \frac{1}{2} & 0 & k \end{pmatrix}$$

2 $A = \begin{pmatrix} 2 & 1 & -2 \\ 1 & 2 & 2 \\ -2 & 2 & -1 \end{pmatrix}$, $\mathbf{v}_1 = \begin{pmatrix} \frac{1}{\sqrt{6}} \\ -\frac{1}{\sqrt{6}} \\ \frac{2}{\sqrt{6}} \end{pmatrix}$, $\mathbf{v}_2 = \begin{pmatrix} \frac{1}{\sqrt{2}} \\ \frac{1}{\sqrt{2}} \\ 0 \end{pmatrix}$, $\mathbf{v}_3 = \begin{pmatrix} -\frac{1}{\sqrt{3}} \\ \frac{1}{\sqrt{3}} \\ \frac{1}{\sqrt{3}} \end{pmatrix}$ に

対し、次の間に答えなさい。

(1) ベクトル $\mathbf{v}_1, \mathbf{v}_2, \mathbf{v}_3$ を並べた行列 $P = \begin{pmatrix} \frac{1}{\sqrt{6}} & \frac{1}{\sqrt{2}} & -\frac{1}{\sqrt{3}} \\ -\frac{1}{\sqrt{6}} & \frac{1}{\sqrt{2}} & \frac{1}{\sqrt{3}} \\ \frac{2}{\sqrt{6}} & 0 & \frac{1}{\sqrt{3}} \end{pmatrix}$ が直交行列である

ことを示しなさい。(10 点)

(2) 各 $i (= 1, 2, 3)$ に対し $A\mathbf{v}_i = k_i\mathbf{v}_i$ を満たす実数 k_i を求めなさい*1。(各 8 点)

(3) tPAP を計算しなさい。(16 点)

3 次の各条件を満たすベクトル $\mathbf{v} (\neq 0)$ をひとつ答えなさい。(各 10 点)

(1) 空間内の平面 $x - y + 3z = 2$ を \mathbf{v} 方向に平行移動したら同じ平面に移った。

(2) 2 次曲面 $x^2 - 3y^2 + z^2 + 4x + 2y + 2z = 3$ を \mathbf{v} 方向に平行移動したら、2 次曲面 $x^2 - 3y^2 + z^2 = c$ に移った (c は定数)。

*1 つまり、 \mathbf{v}_i は A の固有ベクトルである。求める k_i は固有値。

情報数学 III 第 5 回小テスト ^{*2}

注意事項

- (1) 出題順に解答しなくてもよいが、どの問題の解かがわかるように問題番号を記述すること。
- (2) 答えは解を導きだす過程もできるだけ丁寧に記述すること。説明が不十分な解答は減点の対象とする。
- (3) 字の粗暴な解答は減点の対象とする。
- (4) 答案用紙が足りなくなった者は挙手をして試験監督者に追加の用紙をもらうこと。なお、答案用紙の裏を使用しても構わない。
- (5) 試験時間終了前に すべての解答 が終わった者は途中退席しても構わない。
- (6) 必ず自己採点すること。
- (7) やり直しレポートの提出期限を **11 月 20 日 (金) 16:30** とする。

^{*2} この授業に関する情報：<http://www.math.sie.dendai.ac.jp/hiroyasu/2009/im3.html>