情報数学 III 第 5 回小テスト解答

2009.11.18（担当：佐藤）

$\boxed{\mathbf{1}}$ 次の行列が (i) 直交行列になるような k を求めなさい．また，(ii) 求めた k に対し，行列式の値を求めなさい．（各 15 点）

(1) $k=-\dfrac{1}{\sqrt{2}}$, $\det\begin{pmatrix}\frac{1}{\sqrt{2}} & \frac{1}{\sqrt{2}} \\ \frac{1}{\sqrt{2}} & -\frac{1}{\sqrt{2}}\end{pmatrix}=-1$

(2) $k=-\dfrac{\sqrt{3}}{2}$, $\det\begin{pmatrix}\frac{\sqrt{3}}{2} & 0 & \frac{1}{2} \\ 0 & -1 & 0 \\ \frac{1}{2} & 0 & -\frac{\sqrt{3}}{2}\end{pmatrix}=1$

$\boxed{\mathbf{2}}$ $A=\begin{pmatrix}2 & 1 & -2 \\ 1 & 2 & 2 \\ -2 & 2 & -1\end{pmatrix}$, $\boldsymbol{v}_1=\begin{pmatrix}\frac{1}{\sqrt{6}} \\ -\frac{1}{\sqrt{6}} \\ \frac{2}{\sqrt{6}}\end{pmatrix}$, $\boldsymbol{v}_2=\begin{pmatrix}\frac{1}{\sqrt{2}} \\ \frac{1}{\sqrt{2}} \\ 0\end{pmatrix}$, $\boldsymbol{v}_3=\begin{pmatrix}-\frac{1}{\sqrt{3}} \\ \frac{1}{\sqrt{3}} \\ \frac{1}{\sqrt{3}}\end{pmatrix}$ に対し，次の問に答えなさい．

(1) ベクトル $\boldsymbol{v}_1,\boldsymbol{v}_2,\boldsymbol{v}_3$ を並べた行列 $P=\begin{pmatrix}\boldsymbol{v}_1 & \boldsymbol{v}_2 & \boldsymbol{v}_3\end{pmatrix}$ が直交行列であることを示しなさい．（10 点）

${}^tP\,P=E_3$ となることを示せばよい．

(2) 各 $i\,(=1,2,3)$ に対し $A\boldsymbol{v}_i=k_i\boldsymbol{v}_i$ を満たす実数 k_i を求めなさい．（各 8 点）

$k_1=-3,\ k_2=k_3=3$

(3) ${}^tPAP=\begin{pmatrix}-3 & 0 & 0 \\ 0 & 3 & 0 \\ 0 & 0 & 3\end{pmatrix}$ （16 点）

$\boxed{\mathbf{3}}$ 次の各条件を満たすベクトル $\boldsymbol{v}\,(\neq 0)$ をひとつ答えなさい．（各 10 点）

(1) 空間内の平面 $x-y+3z=2$ を $\boldsymbol{v}$ 方向に平行移動したら同じ平面に移った．

平面の法線ベクトルと直交するベクトルならなんでもよい．

(2) 2 次曲面 $x^2-3y^2+z^2+4x+2y+2z=3$ を $\boldsymbol{v}$ 方向に平行移動したら，2 次曲面 $x^2-3y^2+z^2=c$ に移った（c は定数）．

$\boldsymbol{v}=\begin{pmatrix}2 \\ -\frac{1}{3} \\ 1\end{pmatrix}$