問題 3.14. 次の方程式とベクトル $\boldsymbol{v}$ に対し，方程式が表す図形を $\boldsymbol{v}$ 方向に平行移動したときの図形の方程式を求めなさい．

(1) $2x^2 + y^2 + 4x - 2y - 2 = 0,\ \boldsymbol{v} = \begin{pmatrix} 1 \\ -1 \end{pmatrix}$　　$2x^2 + y^2 = 5$

(2) $3x^2 - 2y^2 + 4x - 2y - 3 = 0,\ \boldsymbol{v} = \begin{pmatrix} \frac{2}{3} \\ \frac{1}{2} \end{pmatrix}$　　$3x^2 - 2y^2 = \dfrac{23}{6}$

問題 3.15. 次の方程式が表す図形を平行移動して方程式をできるだけ簡単な形にしたい．$ax^2 + by^2 + cz^2 = 1$ という形にするためにはどの方向に平行移動したらよいか答えなさい．

(1) $x^2 - y^2 + 3z^2 + 4x - y + 2z = 0$　　$(2,\ \frac{1}{2},\ \frac{1}{3})$

(2) $-x^2 + 2y^2 - z^2 + 2x - 2y + z - 3 = 0$　　$(-1,\ -\frac{1}{2},\ -\frac{1}{2})$

問題 3.16. 方程式 $2x - y + 3z = 3$ で与えられる平面を π とする．次の問に答えなさい．

(1) π の法線ベクトル $\boldsymbol{n}$ をひとつ答えなさい．例えば，$\boldsymbol{n} = (2,\ -1,\ 3)$

(2) π を $\boldsymbol{v} = \begin{pmatrix} -2 \\ -1 \\ 1 \end{pmatrix}$ 方向に平行移動した平面の方程式を求めなさい．

$2(x - (-2)) - (y - (-1)) + 3(z - 1) = 3$，これを展開すると $2x - y + 3z = 3$ であり，$\boldsymbol{v}$ に関する平行移動で不変である（$\boldsymbol{v}$ と法線ベクトル $\boldsymbol{n}$ が直交するから）．

(3) (1) で求めたベクトル $\boldsymbol{n}$ に対し，π を $k\boldsymbol{n}$ 方向に平行移動して，原点を通る平面に変換したい．実数 k の値を求めなさい．

π を $k\boldsymbol{n}$ 方向に平行移動した図形（平面）の方程式は

$$2(x - 2k) - (y + k) + 3(z - 3k) = 3.$$

これが原点を通るとは，

$$2(0 - 2k) - (0 + k) + 3(0 - 3k) = 3$$

が成り立つことである．上の式を整理すると $\boldsymbol{k = -\dfrac{3}{14}}$ を得る．