

情報数学 III 中間試験 解答

1 次の各問に答えなさい。

(1) ベクトル $\begin{pmatrix} 3 \\ -1 \\ 2 \end{pmatrix}$ と直交するベクトルを次の (ア) ~ (エ) の中からすべて選びなさい。

(ア) $\begin{pmatrix} 1 \\ 2 \\ 1 \end{pmatrix}$ (イ) $\begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ -2 \end{pmatrix}$ (ウ) $\begin{pmatrix} -1 \\ -1 \\ 1 \end{pmatrix}$ (エ) $\begin{pmatrix} 2 \\ 4 \\ -1 \end{pmatrix}$

(2) ベクトル $\begin{pmatrix} 1 \\ 2 \end{pmatrix}$ との組が線形従属となるようなベクトルを次の (ア) ~ (エ) の中からすべて選びなさい。

(ア) $\begin{pmatrix} 2 \\ 1 \end{pmatrix}$ (イ) $\begin{pmatrix} -1 \\ -2 \end{pmatrix}$ (ウ) $\begin{pmatrix} -1 \\ 1 \end{pmatrix}$ (エ) $\begin{pmatrix} 2 \\ 4 \end{pmatrix}$

(3) 原点を中心とする平面の回転変換を表す行列を次の (ア) ~ (エ) の中からすべて選びなさい。

(ア) $\begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & -1 \end{pmatrix}$ (イ) $\begin{pmatrix} 0 & -1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}$ (ウ) $\begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}$ (エ) $\begin{pmatrix} 0 & 1 \\ -1 & 0 \end{pmatrix}$

2 点 $p_0 = \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \end{pmatrix}$ を通り、ベクトル $v = \begin{pmatrix} 2 \\ 1 \end{pmatrix}$ と平行な直線を l とする。

(1) l 上の点を $p = \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix}$ とし、 x, y を媒介変数 t を用いて表しなさい。 $x = 2t + 1, y = t + 2$

(2) l を行列 $A = \begin{pmatrix} 1 & -2 \\ -2 & 4 \end{pmatrix}$ で線形変換すると、どのような図形に変換されるか答えなさい。

点 $(-3, 6)$ に移される。

3 $q_0 = (1, 2, 3)$, $a = (1, -1, 2)$, $b = (2, 0, -1)$ とする。以下の問に答えなさい。

(1) 外積 $a \times b$ を計算しなさい。 $a \times b = (1, 5, 2)$

(2) 点 q_0 を通り、 $a \times b$ を法線ベクトルとする平面上の点を $q = (x, y, z)$ とする。 x, y, z の関係式 (平面の方程式) を求めなさい。 $x + 5y + 2z = 17$

4 行列 $A = \begin{pmatrix} -1 & 2 \\ 3 & -2 \end{pmatrix}$ の固有値と固有ベクトルを求めなさい。

固有値は $1, -4$ 。

1に関する固有ベクトルは $c \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \end{pmatrix}$, -4 に関する固有ベクトルは $c \begin{pmatrix} 2 \\ -3 \end{pmatrix}$ 。