問題 **4.1.** (1) $\Phi_A(t) = t^2 - 5t + 6 = (t-2)(t-3)$

(2) $\Phi_A(t) = 0$ の解，つまり A の固有値は $\underline{2 \text{ と } 3}$.

(3) （$k = 2$ のとき）

$$(2E_2 - A) = \begin{pmatrix} -2 & 1 \\ -2 & 1 \end{pmatrix} \xrightarrow[\text{行基本変形}]{} \begin{pmatrix} -2 & 1 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}$$

したがって，$\underline{\boldsymbol{v}_2 = c\begin{pmatrix} 1 \\ 2 \end{pmatrix}}$ （ただし，c は実数）.

（$k = 3$ のとき）

$$(2E_2 - A) = \begin{pmatrix} -1 & 1 \\ -2 & 2 \end{pmatrix} \xrightarrow[\text{行基本変形}]{} \begin{pmatrix} -1 & 1 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}$$

したがって，$\underline{\boldsymbol{v}_3 = c\begin{pmatrix} 1 \\ 1 \end{pmatrix}}$ （ただし，c は実数）.

(4) 各 k に対し，$A\boldsymbol{v}_k = k\boldsymbol{v}_k$ が成り立つことを確かめなさい． （省略）

問題 **4.2.** 以下，c は零でない実数とする．

(1) 固有値は -2 と 1．-2 に関する固有ベクトルは $c\begin{pmatrix} 2 \\ 1 \end{pmatrix}$，$1$ に関する固有ベクトルは $c\begin{pmatrix} 1 \\ 2 \end{pmatrix}$.

(2) 固有値は -1，固有ベクトルは $c\begin{pmatrix} -1 \\ 1 \end{pmatrix}$.

(3) 固有値は -3 と 0．-3 に関する固有ベクトルは $c\begin{pmatrix} 1 \\ 2 \end{pmatrix}$，$0$ に関する固有ベクトルは $c\begin{pmatrix} 2 \\ 1 \end{pmatrix}$.

(4) 固有値は $\frac{1}{2}(3\pm\sqrt{5})$．$\frac{1}{2}(3+\sqrt{5})$ に関する固有ベクトルは $c\begin{pmatrix} \sqrt{5}-1 \\ 2 \end{pmatrix}$，$\frac{1}{2}(3-\sqrt{5})$ に関する固有ベクトルは $c\begin{pmatrix} \sqrt{5}+1 \\ -2 \end{pmatrix}$.