

1 次のベクトルが線形独立か, 線形従属か判定しなさい. (各 10 点)

$$(1) \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 2 \\ 1 \end{pmatrix} \quad (2) \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \\ 1 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 2 \\ 1 \\ 2 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 1 \\ -1 \\ 1 \end{pmatrix}$$

2 行列 $A = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 2 & -1 \end{pmatrix}$ が定める線形変換を f , 行列 $B = \begin{pmatrix} 3 & -1 \\ 1 & -1 \end{pmatrix}$ が定める線形変換を g とする. つまり平面上の点 $\mathbf{x} = \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix}$ に対し

$$f(\mathbf{x}) = A\mathbf{x}, \quad g(\mathbf{x}) = B\mathbf{x}.$$

平面上の点 $\mathbf{p} = \begin{pmatrix} 2 \\ 1 \end{pmatrix}$ に対し, 以下の間に答えなさい. (各 10 点)

- (1) $f(\mathbf{p})$ を求めなさい.
- (2) $g(f(\mathbf{p}))$ を求めなさい.
- (3) $g(\mathbf{q}) = \mathbf{p}$ を満たす点 \mathbf{q} を求めなさい.

3 行列 $A = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}$ が定める線形変換を f とする (f は直線 $y = x$ に関する対称変換である). また, $\mathbf{p} = \begin{pmatrix} -2 \\ 1 \end{pmatrix}$ とする. このとき, 次の間に答えなさい. (各 10 点)

- (1) $f(\mathbf{p})$ を求めなさい.
- (2) \mathbf{p} と $f(\mathbf{p})$ を結ぶ線分の midpoint が直線 $y = x$ 上にあることを示しなさい.
- (3) $f(f(\mathbf{p}))$ を求めなさい.
- (4) $f(\mathbf{q}) = \mathbf{q}$ となる点 \mathbf{q} をひとつ答えなさい (ただし, 零ベクトル $\mathbf{0}$ 以外で).

4 $\mathbf{p} = \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \end{pmatrix}$, $\mathbf{q} = \begin{pmatrix} 2 \\ -1 \end{pmatrix}$ とする. $f(\mathbf{p}) = \mathbf{q}$ となる線形変換 f (を与える行列 A) をひとつ答えなさい. (10 点)

情報数学 III 第 4 回小テスト ^{*1}

注意事項

- (1) 出題順に解答しなくてもよいが、どの問題の解かがわかるように問題番号を記述すること。
- (2) 答えは解を導きだす過程もできるだけ丁寧に記述すること。説明が不十分な解答は減点の対象とする。
- (3) 字の粗暴な解答は減点の対象とする。
- (4) 答案用紙が足りなくなった者は挙手をして試験監督者に追加の用紙をもらうこと。なお、答案用紙の裏を使用しても構わない。
- (5) 試験時間終了前に すべての解答 が終わった者は途中退席しても構わない。
- (6) 必ず自己採点すること。
- (7) やり直しレポートの提出期限を **10 月 29 日 (木) 16:30** とする。

今後の予定

- 10 月 28 日 (水) : 固有値と固有ベクトル
- 10 月 30 日 (金) : 固有値と固有ベクトル
- 11 月 2 日 (月) : *Mathematica* 演習 (2 次曲線, 線形変換による図形の像)
- 11 月 4 日 (水) : 復習, 問題演習
- 11 月 6 日 (金) : 中間試験

^{*1} この授業に関する情報 : <http://www.math.sie.dendai.ac.jp/hiroyasu/2009/im3.html>