

1 点 $P_0 = (2, -1)$ を通り, ベクトル $\mathbf{v} = (1, 3)$ と平行な直線を l とする. (10 点 $\times 2$)

(1) l 上の点を $\mathbf{p} = (x, y)$ とし, x, y を媒介変数 t を用いて表しなさい.

$$(x, y) = (t + 2, 3t - 1)$$

(2) (1) で求めた x と y の式から t を消去し, x と y の関係式を求めなさい.

$$3x - y = 7$$

2 点 $P_0 = (1, 1, 2)$ を通り, ベクトル $\mathbf{n} = (2, -3, -1)$ に直交する平面を π とする. π 上の点を (x, y, z) とおき, x, y, z が満たす関係式 (平面の方程式) を求めなさい. (10 点)

$$2x - 3y - z + 3 = 0$$

3 空間内の 3 点 $P_0 = (1, 2, 3)$, $A = (3, 1, 2)$, $B = (2, 3, 1)$ を通る平面の方程式を求めたい. 次の各問の答えなさい. (10 点 $\times 6$)

(1) 始点が P_0 で終点が A のベクトル \mathbf{a} の成分表示を求めなさい. $\mathbf{a} = (2, -1, -1)$

(2) 始点が P_0 で終点が B のベクトル \mathbf{b} の成分表示を求めなさい. $\mathbf{b} = (1, 1, -2)$

(3) ベクトル $\mathbf{a} \times \mathbf{b}$ を求めなさい. $\mathbf{a} \times \mathbf{b} = (3, 3, 3)$

(4) P_0 を通り, $\mathbf{a} \times \mathbf{b}$ を法線ベクトルとする平面の方程式を求めなさい.

$$x + y + z = 6$$

(5) \mathbf{p}_0 を点 P_0 の位置ベクトルとし, $\mathbf{p} = \mathbf{p}_0 + k\mathbf{a} + l\mathbf{b}$ とする. $\mathbf{p} = (x, y, z)$ とおくとき, x, y, z をそれぞれ k, l を用いて表しなさい.

$$\begin{cases} x = 1 + 2k + l \\ y = 2 - k + l \\ z = 3 - k - 2l \end{cases}$$

(6) (5) で求めた 3 つの式から k, l を消去し, x, y, z の関係式を求めなさい.

$$x + y + z = 6 \text{ }^{*1}$$

4 方程式 $3x - 2y + z = 4$ が表す空間内の平面の法線ベクトル \mathbf{n} を求めなさい (成分表示を答えなさい). (10 点) $\mathbf{n} = (3, -2, 1)$

^{*1} ヒント: x と y の式を k と l に関する式と思って連立方程式を解く. すると, k と l は x, y を用いて表される. この k と l の式を 3 つ目の z の式に代入すれば, x, y, z の関係式が得られる.