□ キーワード：導関数，グラフの接線（教科書 p.129–132, 138–140）

関数 $f(x)$ の導関数 $f'(x)$

$$f'(x) = \lim_{h \to 0} \frac{f(x+h) - f(x)}{h}$$

導関数を求めることを「関数を微分する」という．

- 多項式関数 $f(x) = x^n$ に対して，$\boldsymbol{f'(x) = n\,x^{n-1}}$ （n は自然数）．
- 定数関数 $f(x) = c$ に対して，$f'(x) = 0$（c は実数）．
- $(f(x) + g(x))' = f'(x) + g'(x)$.
- $(c\,f(x))' = c\,f'(x)$ （c は実数）．

問題 **6.5.** 次の関数を微分しなさい（導関数を求めなさい）．

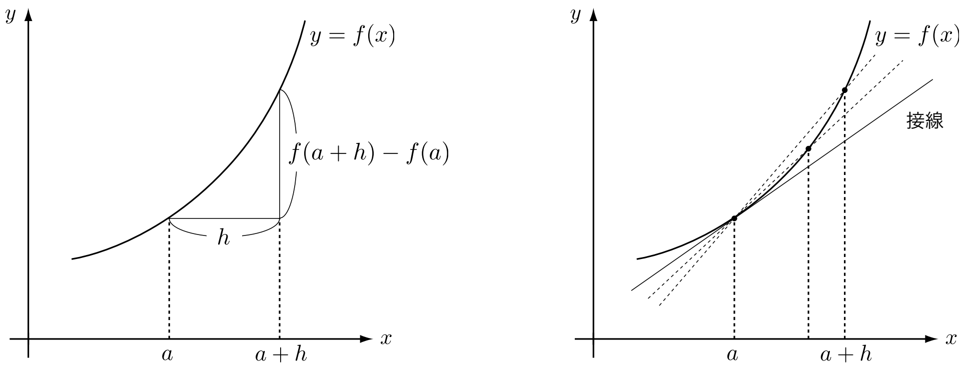
(1) $f(x) = x^2 + x + 1$

(2) $f(x) = 3x - 5$

(3) $f(x) = x^3 - 2x^2 + 4x + 2$

微分係数の幾何的解釈

$f(x)$ の $x = a$ における微分係数：$f'(a) = \lim_{h \to 0} \frac{f(a+h) - f(a)}{h}$.



$y = f(x)$ のグラフ上の 2 点 $(a, f(a))$ と $(a+h, f(a+h))$ を結ぶ直線を l とすると

- $\frac{f(a+h) - f(a)}{h}$ は l の傾きである．
- h を 0 に近づけると直線 l は点 $(a, f(a))$ で $y = f(x)$ と接する直線に近づく．
  これを $(a, f(a))$ における $y = f(x)$ の接線という．
- つまり，$x = a$ における微分係数 $f'(a)$ は接線の傾きに他ならない．

接線の方程式

- 直線の方程式は $\boldsymbol{y = mx + k}$ と書ける（m は傾き，k は y 切片）.
- また，傾きが m で点 (a,b) を通る直線は $\boldsymbol{y = m(x - a) + b}$ と書ける．これは原点と通る直線 $y = mx$ を x 軸方向に $(+a)$，y 軸方向に $(+b)$ 平行移動したものと解釈できる（原点 $(0,0)$ が (a,b) に重なるように平行移動）.
- $x = a$ における $f(x)$ の接線の方程式は $\boldsymbol{y = f'(a)\,(x - a) + f(a)}$.

問題 6.6. 次の関数 $f(x)$ と実数 a に対し，(i) 微分係数 $f'(a)$ [*1] と (ii) $f(a)$ の値を求め，(iii) $x = a$ における $y = f(x)$ の接線の方程式を求めなさい.

(1) $f(x) = 2x^2 + 3x - 1,\ a = 2$
(2) $f(x) = -2x + 3,\ a = 10$
(3) $f(x) = 2x^2 + x - 5,\ a = -2$
(4) $f(x) = x^3 + x^2 - x + 2,\ a = -1$

問題 6.7. 次の関数 $f(x)$ に対し，点 $(a, f(a))$ における $y = f(x)$ の接線の傾きが正となる a の条件（範囲）を求めなさい.

(1) $f(x) = 2x^2 - 4x - 1$
(2) $f(x) = x + 1$
(3) $f(x) = \dfrac{1}{3}x^3 - x^2 - 3x + 3$

[*1] ここでは導関数 $f'(x)$ に $x = a$ を代入したものと考えてよい．厳密には関数 $f(x)$ の微分可能性を考慮する必要がある.