

□ キーワード：指数の拡張，指数法則（教科書 p.89–102）

指数法則

- $a^x \times a^y = a^{x+y}$
- $(a^x)^y = a^{xy}$
- $(ab)^x = a^x b^x$

指数の拡張

- 自然数 n に対して $a^n = \underbrace{a \times a \times \cdots \times a}_{n \text{ 個の積}}$.
- $a \neq 0$ のとき, $a^0 := 1$.
- $a \neq 0$ のとき, 自然数 n に対して, $a^{-n} := \frac{1}{a^n} = \left(\frac{1}{a}\right)^n$.
- 自然数 n に対して, $a^{\frac{1}{n}} := \sqrt[n]{a}$. ただし,
 - n が偶数のとき, $\sqrt[n]{a}$ は a の n 乗根 (n 乗すると a になる実数) の正の方.
 - n が奇数のとき, $\sqrt[n]{a}$ は a の n 乗根. この場合, a は負でも定義可能.
- $a > 0$ のとき, 有理数 $\frac{p}{q}$ (ただし q は自然数, p は整数) に対して,

$$a^{\frac{p}{q}} := (\sqrt[q]{a})^p = \sqrt[q]{a^p}.$$
- 実数の連続性により, 任意の実数 α に対して a^α が定義できる ($a > 0$).

問題 5.1. 次の数を指数を用いなくて表しなさい.

(1) 2^4 (2) 6^0 (3) 4^{-3}

問題 5.2. 次の数を右辺の指定に従って指数 (a^p) の形に書き直しなさい.

(1) $\sqrt{5} = 5^{\square}$ (2) $\frac{1}{81} = 3^{\square}$ (3) $1 = 2^{\square}$ (4) $1 = 7^{\square}$

(5) $0.0001 = 10^{\square}$

問題 5.3. 次の値を求めなさい.

(1) $\sqrt[3]{-8}$ (2) $\sqrt[4]{81}$

この授業に関する情報

<http://www.math.sie.dendai.ac.jp/hiroyasu/2009/bmre.html>

問題 5.4. 次を計算しなさい.

$$(1) (3 \times 2^{-1})^3 \times (2^2 \times 3^{-3})^2$$

$$(2) (2 \times 4^2)^3 \times (4^{-1} \times 2^3)^{-1} \div 8$$

$$(3) 2^{\frac{1}{3}} \times 4^{\frac{4}{3}} \div 8^{-\frac{1}{3}}$$

$$(4) \sqrt{6} \times \sqrt[4]{54} \div \sqrt[4]{6}$$

$$(5) \left(a^{-\frac{2}{3}}\right)^{\frac{3}{8}} \div a^{-\frac{1}{4}}$$

$$(6) (a^{\frac{1}{4}} - b^{\frac{1}{4}})(a^{\frac{1}{4}} + b^{\frac{1}{4}})(a^{\frac{1}{2}} + b^{\frac{1}{2}})(a + b)$$

問題 5.5. 次の数を小さい順に並べなさい.

$$(1) 3, 2\sqrt{2}$$

$$(2) \sqrt[3]{5}, 2$$

$$(3) 2^{-1}, 2^{-3}, 2^2$$

$$(4) \left(\frac{1}{3}\right)^{-1}, \left(\frac{1}{3}\right)^{-3}, \left(\frac{1}{3}\right)^2$$

$$(5) \left(\frac{1}{3}\right)^{-3}, 9^{-3}, \left(\frac{1}{3}\right)^0, 3^2, \left(\frac{1}{3}\right)^4$$

問題 5.6. 方程式 $4^{2x-1} = 2^{3x-5}$ を満たす x をすべて求めなさい.