

基礎数学（再履修）第4回小テスト解答

1 次の(ア)～(オ)の中から、2次方程式 $f(x) = 0$ の解が実数でないものをすべて選びなさい。(20点)

(ア) $f(x) = x^2 - 5x + 6$

(イ) $f(x) = 2x^2 - 3x - 2$

(ウ) $f(x) = x^2 - 4x + 5$

(エ) $f(x) = x^2 + x + 4$

(ウ) (エ)

2 次の2次不等式を満たす x の範囲を答えなさい。(各10点)

(1) $x^2 - x - 12 < 0 \iff -3 < x < 4$

(2) $2x^2 - 5x - 3 \geq 0 \iff x \leq -\frac{1}{2}, 3 \leq x$

3 次の2次関数 $f(x)$ の与えられた範囲における最大値、最小値を求めなさい。(各10点)

(1) $f(x) = x^2 - 4x + 3$ ($-1 \leq x \leq 3$) 最大値は8 ($x = -1$), 最小値は-1 ($x = 2$)

(2) $f(x) = x^2 - x - 12$ ($1 \leq x \leq 3$) 最大値は-6 ($x = 3$), 最小値は-12 ($x = 1$)

4 2次関数 $f(x) = 2x^2 - 4kx + k + 1$ (ただし、 k は実数) に対し、以下の間に答えなさい。(各10点)

(1) $f(x)$ を平方完成しなさい。 $f(x) = 2(x - k)^2 - 2k^2 + k + 1$

(2) $y = f(x)$ のグラフは下に凸(谷型)か、上に凸(山型)か答えなさい。 下に凸

(3) $y = f(x)$ のグラフの頂点の座標を答えなさい。 $(k, -2k^2 + k + 1)$

(4) $f(x) = 0$ の解が1つだけ実数解(重解)をもつための k の条件を求めなさい。

$f(x) = 0$ の解は $y = f(x)$ のグラフと x 軸との交点の x 座標であるから、「1つだけ実数解を持つ」のはグラフと x 軸との交点が唯ひとつだけのときである。これはグラフの頂点で x 軸と交わるときに他ならない。頂点の y 座標が $-2k^2 + k + 1$ であるから、求めるのは $-2k^2 + k + 1 = 0$ を満たす k である。したがって、 $k = -\frac{1}{2}$ または $k = 1$ 。