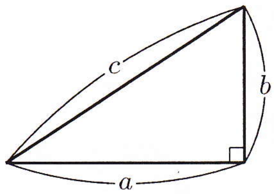
注意.

- 三平法の定理に馴染みのない者は問題 1 から解くこと.
- 問題 2, 3, 5, 6, 7 は全員が必ず解くこと（この順番で優先的に）.
- プリント p.3 の「加法定理」は公式の記述が不十分です．教科書をみて公式を書き写してください.
- 問題 4, 8 は上の問題が解き終わった後，じっくり考えてみよ.

三平方の定理（ピタゴラスの定理）

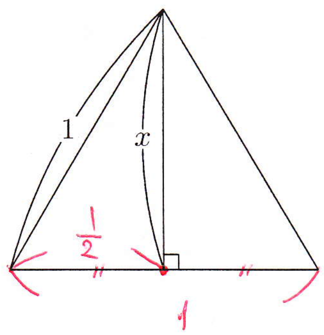
直角三角形の斜辺の長さが c，他の 2 辺の長さが a, b のとき，a, b, c は以下の関係を満たす；

$$c^2 = a^2 + b^2$$



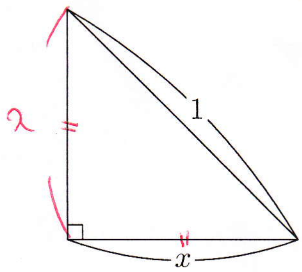
問題 **1.** 次の図中の x を三平方の定理を用いて求めよ.

(1) 正三角形



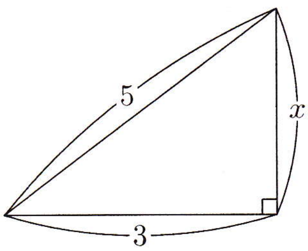
$1^2 = \left(\frac{1}{2}\right)^2 + x^2$
$= \frac{1}{4} + x^2$
$x^2 = \frac{3}{4}$ $\therefore x = \frac{\sqrt{3}}{2}$

(2) 直角二等辺三角形



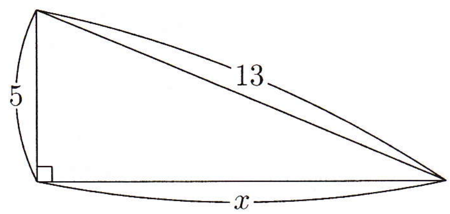
$1^2 = x^2 + x^2$
$1 = 2x^2$
$x^2 = \frac{1}{2}$
$\therefore x = \frac{1}{\sqrt{2}}$

(3)



$5^2 = 3^2 + x^2$
$25 = 9 + x^2$
$\therefore x^2 = 16$
$x = 4$

(4)



$13^2 = 5^2 + x^2$
$169 = 25 + x^2$
$x^2 = 144$
$x = 12$

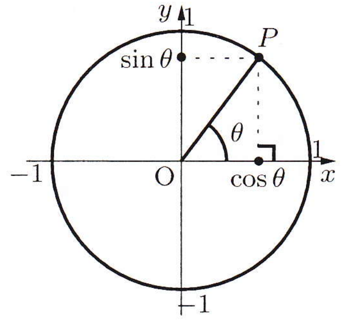
三角関数

半径 1 の円周上の点 P に対し，x 軸の正の部分とのなす角が θ（ただし θ は一般角）であるとき，点 P の x 座標の値を $\cos\theta$，y 座標の値を $\sin\theta$ と定義する；$P = (\cos\theta, \sin\theta)$,

$\sin\theta$ ： θ の正弦

$\cos\theta$ ： θ の余弦

$\tan\theta = \dfrac{\sin\theta}{\cos\theta}$ ： θ の正接



問題 **2.** 次の三角関数の値を求めよ．（関連問題 教科書 p.77 問題 4.2）

(1) $\sin\frac{\pi}{3}$ $\frac{\sqrt{3}}{2}$ (2) $\sin\left(-\frac{\pi}{6}\right)$ $-\frac{1}{2}$ (3) $\sin\frac{5\pi}{4}$ $-\frac{\sqrt{2}}{2}$ (4) $\sin\frac{\pi}{2}$ 1 (5) $\sin 0$ 0

(6) $\cos\frac{\pi}{3}$ $\frac{1}{2}$ (7) $\cos\left(-\frac{\pi}{6}\right)$ $\frac{\sqrt{3}}{2}$ (8) $\cos\frac{5\pi}{4}$ $-\frac{\sqrt{2}}{2}$ (9) $\cos\frac{\pi}{2}$ 0 (10) $\cos 0$ 1

(11) $\tan\frac{\pi}{3}$ $\sqrt{3}$ (12) $\tan\left(-\frac{\pi}{6}\right)$ $-\frac{1}{\sqrt{3}}$ (13) $\tan\frac{5\pi}{4}$ 1 (14) $\tan\frac{\pi}{2}$ 定義できない (15) $\tan 0$ 0

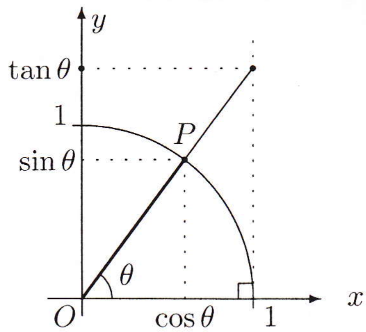
問題 **3.** 与えられた θ に対して，$\sin\theta, \cos\theta, \tan\theta$ の符号（正，負）がどうなるか考えて，下表の空欄に「正」または「負」を書きなさい．

	$0<\theta<\frac{\pi}{2}$	$\frac{\pi}{2}<\theta<\pi$	$\pi<\theta<\frac{3\pi}{2}$	$\frac{3\pi}{2}<\theta<2\pi$
$\sin\theta$	正	正	負	負
$\cos\theta$	正	負	負	正
$\tan\theta$	正	負	正	負

正接の幾何学的意味

正接：$\tan\theta = \dfrac{\sin\theta}{\cos\theta}$

正接の定義から，$\tan\theta$ は直線 OP と直線 $x = 1$ との交点の y 座標と解釈できる．



問題 **4.** 「正接の幾何学的意味」で述べたことが正しいことを説明（証明）せよ．

三角関数の性質

(1) $\sin^2 + \cos^2\theta = 1$ （ただし，$\sin^2\theta = (\sin\theta)^2$ を意味する）．
(2) 整数 n に対して，$\sin(2n\pi + \theta) = \sin\theta$
(3) 整数 n に対して，$\cos(2n\pi + \theta) = \cos\theta$
(4) $\sin(-\theta) = -\sin\theta$
(5) $\cos(-\theta) = \cos\theta$
(6) $\sin\left(\theta + \frac{\pi}{2}\right) = \cos\theta$
(7) $\cos\left(\theta + \frac{\pi}{2}\right) = -\sin\theta$

問題 5. 「三角関数の性質」が正しいことを説明せよ（(1) は定義から明らかである．(2)〜(7) については単位円（半径が 1 の円）を描いて主張が正しいことを確かめよ）．

問題 6. $\sin\theta = -\dfrac{5}{13}$ とする（ただし，$\frac{3\pi}{2} < \theta < 2\pi$）．

(1) $\cos\theta$ の値を求めよ．
(2) $\tan\theta$ の値を求めよ．

(1) $\cos^2\theta = 1 - \sin^2\theta = 1 - \left(\frac{5}{13}\right)^2 = \frac{169-25}{169} = \frac{144}{169}$

$\therefore \cos\theta = \pm\sqrt{\frac{144}{169}} = \pm\frac{12}{13}$

今 $\frac{3}{2}\pi < \theta < 2\pi$ だから $\cos\theta > 0$ $\therefore \cos\theta = \frac{12}{13}$ //

(2) $\tan\theta = \dfrac{-5/13}{12/13} = -\dfrac{5}{12}$ //

加法定理

(加-1) $\sin(\alpha + \beta) = \sin\alpha\cos\beta + \sin\beta\cos\alpha$
(加-2) $\sin(\alpha - \beta) =$ $\sin\alpha\cos\beta - \sin\beta\cos\alpha$
(加-3) $\cos(\alpha + \beta) =$ $\cos\alpha\cos\beta - \sin\beta\sin\alpha$
(加-4) $\cos(\alpha - \beta) =$ $\cos\alpha\cos\beta + \sin\beta\sin\alpha$

問題 7. 加法定理を用いて，$\sin\dfrac{\pi}{12}, \cos\dfrac{\pi}{12}$ の値を求めたい．（関連問題 教科書 p.85 問題 4.4）

(1) $\dfrac{\pi}{12}$ を $\dfrac{\pi}{3}$ と $\dfrac{\pi}{4}$ を用いて表せ． $\frac{\pi}{12} = \frac{\pi}{3} - \frac{\pi}{4}$
(2) 加法定理を用いて $\sin\dfrac{\pi}{12}$ を計算せよ．
(3) 加法定理を用いて $\cos\dfrac{\pi}{12}$ を計算せよ．

$\sin\frac{\pi}{12} = \sin\frac{\pi}{3}\cos\frac{\pi}{4} - \cos\frac{\pi}{3}\sin\frac{\pi}{4}$
$= \frac{\sqrt{3}}{2}\cdot\frac{\sqrt{2}}{2} - \frac{1}{2}\cdot\frac{\sqrt{2}}{2} = \frac{\sqrt{6}-\sqrt{2}}{4}$ //

問題 8. (加-1) 式と三角関数の性質 (4)〜(7) を用いて，加法定理の残りの公式 (加-2), (加-3), (加-4) を導きだせ．（教科書 p.85 参照）