

問題 1. 次の式を約分して簡単にせよ.

$$(1) \frac{x^2 + 5x + 6}{x + 2} \qquad (2) \frac{2x^2 - 7x - 4}{x - 4}$$

$$(3) \frac{5 - 9x - 2x^2}{x + 5}$$

多項式の割り算

- x の多項式： $(x^k$ の実数倍) の和で表される式のこと.
(例. $x + 1, 2x^2 - 1, x^4 + 3x^3 - x^2 + 5x - 3, \dots$ 等)
- 多項式の演算と整数の演算は似ている.
- 整数の割り算； $p \div q = r$ あまり $s \iff p = qr + s$.
(例. $37 \div 5 = 7$ あまり $2 \iff 37 = 5 \times 7 + 2$)
- 多項式の割り算は与えられた多項式 $f(x)$ と $g(x)$ に対して

$$f(x) = g(x) \cdot q(x) + r(x)$$

を満たす多項式 $q(x)$ と $r(x)$ を求めること.

問題 2.

$$\frac{3x + 1}{x - 1} = \frac{3(x - 1) + 4}{x - 1} = 3 + \frac{4}{x - 1}$$

を参考にして，次の分数の式を

$$(\text{多項式}) + \frac{(\text{整数})}{(\text{多項式})}$$

の形に変形せよ.

$$(1) \frac{2x + 3}{x + 1} \qquad (2) \frac{3x + 2}{2x - 1} \qquad (3) \frac{x^2 + 2x + 2}{x - 1}$$

問題 3. 次の割り算を計算せよ.

$$(1) (x^2 - x + 3) \div (x - 3)$$

$$(2) (2x^3 - x^2 + 4) \div (x + 1)$$

$$(3) (x^3 + 3x^2 + x - 3) \div (x^2 + x - 1)$$

高次多項式の因数分解, 因数定理

$f(x)$ を $g(x)$ で割ったときの商が $q(x)$ であまりが $r(x)$ とする；

$$f(x) = g(x) \cdot q(x) + r(x).$$

- 任意の $x = a$ に対して $f(a) = g(a) \cdot q(a) + r(a)$ である.
- 特に $g(x) = x - \alpha$ (つまり 1 次多項式) のとき, $f(\alpha) = r(\alpha)$ が成り立つ.
- したがって, 次数が 3 次以上の多項式 $f(x)$ の因数分解は
 - (1) まず, $f(\alpha) = 0$ となる α をみつける.
 - (2) $f(x)$ を $(x - \alpha)$ で割る ($f(x) = (x - \alpha)q(x)$).
 - (3) 同様に $q(x)$ を因数分解する (繰り返し).

問題 4. 次の式を簡単にせよ (因数分解せよ).

(1) $\frac{2x^3 - x^2 - 2x + 1}{x - 1}$

(2) $x^3 + 2x^2 - x - 2$

(3) $x^3 - x^2 - 5x - 3$

(関連問題：教科書 問題 3.7, 3.8, 3.9, 3.10)