

問題 1. 次の式を展開せよ.

- (1)  $(x + 2)(x + 3)$
- (2)  $(2x + 1)(x - 4)$
- (3)  $(\frac{1}{2} - x)(x + 5)$
- (4)  $(x + 1)(x - \frac{1}{2})(x - 1)$

因数分解

- 因数分解：「式の展開」の逆操作. 共通因数でまとめること.  
(例： $ab + ac = a(b + c)$ )
- (2次多項式の場合)：与えられた式  $ax^2 + bx + c$  を

$$ax^2 + bx + c = a(x - \alpha)(x - \beta) \quad (1)$$

と式変形すること. つまり, 因数分解とは上の式を満たす  $\alpha$  と  $\beta$  を見つけることである.

- (1) の右辺を展開すると  $ax^2 - a(\alpha + \beta)x + a\alpha\beta$ . これが,  $ax^2 + bx + c$  と等しくなるわけだから,  $c$  が整数の場合,  $\alpha, \beta$  は  $c$  の因数である可能性が高い.
- 3次以上の多項式の場合も同様. より次数の低い多項式の積で書き表す.

問題 2. 次の式を因数分解せよ.

- (1)  $ax - bcx$
- (2)  $2a(x + y) - bc(x + y)$
- (3)  $a^3bc^2 - 3a^2b^2c^3$

問題 3. 次の式を因数分解せよ.

- (1)  $x^2 + x - 6$
- (2)  $x^2 - 2x - 8$
- (3)  $2x^2 - 5x - 3$
- (4)  $x^2 + 2x - 1$

## 2 次方程式と因数分解

- 実数の性質： $AB = 0 \iff$  「 $A = 0$ 」または「 $B = 0$ 」
- $ax^2 + bx + c = a(x - \alpha)(x - \beta)$  と因数分解できたとする. このとき, 上の性質を使うと 2 次方程式  $ax^2 + bx + c = 0$  の解が  $x = \alpha, \beta$  であることがわかる.
- 逆に, 因数分解が困難なときは, 解の公式を用いて (1) の  $\alpha, \beta$  を探することができる.

問題 4. 次の 2 次方程式を解け.

(1)  $x^2 - 2x - 3 = 0$

(2)  $2x^2 + 7x + 3 = 0$

## 不等式と因数分解

前回, 2 次不等式  $ax^2 + bx + c < 0$  (または  $> 0$ ) を解く際, 2 次関数のグラフの概形を描いてから解を導いた. しかし,  $x$  軸との交点 (つまり 2 次方程式  $ax^2 + bx + c = 0$  の解) と上に凸か下に凸かを明らかにすることで 2 次不等式を解くことができる. ここでも因数分解が役立つ.

問題 5. 次の 2 次不等式を解け.

(1)  $x^2 - 2x - 3 < 0$

(2)  $2x^2 + 7x + 3 > 0$

(関連問題：教科書 問題 3.1, 3.2, 3.3, 3.4, 3.5, 3.6)