**問題 1.** 次の式を展開せよ．

(1) $(x+2)(x+3)$ $= x^2+5x+6$

(2) $(2x+1)(x-4)$ $= 2x^2-7x-4$

(3) $(\frac{1}{2}-x)(x+5)$ $= -x^2-\frac{9}{2}x+\frac{5}{2}$

(4) $(x+1)(x-\frac{1}{2})(x-1)$ $= x^3-\frac{1}{2}x^2-x+\frac{1}{2}$

### 因数分解

- 因数分解：「式の展開」の逆操作．共通因数でまとめること．
  （例：$ab+ac=a(b+c)$）
- **（2 次多項式の場合）**：与えられた式 $ax^2+bx+c$ を

$$ax^2+bx+c=a(x-\alpha)(x-\beta) \tag{1}$$

  と式変形すること．つまり，因数分解とは上の式を満たす $\alpha$ と $\beta$ を見つけることである．
  (1) の右辺を展開すると $ax^2-a(\alpha+\beta)x+a\alpha\beta$．これが，$ax^2+bx+c$ と等しくなるわけだから，$c$ が整数の場合，$\alpha,\beta$ は $c$ の因数である可能性が高い．
- 3 次以上の多項式の場合も同様．より次数の低い多項式の積で書き表す．

**問題 2.** 次の式を因数分解せよ．

(1) $ax-bcx$ $= x(a-bc)$

(2) $2a(x+y)-bc(x+y)$ $= (2a-bc)(x+y)$

(3) $a^3bc^2-3a^2b^2c^3$ $= a^2bc^2(a-3bc)$

**問題 3.** 次の式を因数分解せよ．

(1) $x^2+x-6$ $=(x+3)(x-2)$

(2) $x^2-2x-8$ $=(x-4)(x+2)$

(3) $2x^2-5x-3$ $=(2x+1)(x-3)$

(4) $x^2+2x-1$

$=(x+1-\sqrt{2})(x+1+\sqrt{2})$

基礎数学（毎日） — 問題演習（式の展開，因数分解）　2009.5.18（担当：佐藤）

**2 次方程式と因数分解**

- 実数の性質：$AB=0 \Longleftrightarrow$ 「$A=0$」または「$B=0$」
- $ax^2+bx+c=a(x-\alpha)(x-\beta)$ と因数分解できたとする．このとき，上の性質を使うと 2 次方程式 $ax^2+bx+c=0$ の解が $x=\alpha,\beta$ であることがわかる．
- 逆に，因数分解が困難なときは，解の公式を用いて (1) の $\alpha,\beta$ を探すことができる．

**問題 4.** 次の 2 次方程式を解け．

(1) $x^2-2x-3=0$　　$x^2-2x-3=(x-3)(x+1)$ より $x=3,-1$

(2) $2x^2+7x+3=0$　　$2x^2+7x+3=(2x+1)(x+3)$ より $x=-\frac{1}{2},-3$

**不等式と因数分解**

前回，2 次不等式 $ax^2+bx+c<0$（または $>0$）を解く際，2 次関数のグラフの概形を描いてから解を導いた．しかし，$x$ 軸との交点（つまり 2 次方程式 $ax^2+bx+c=0$ の解）と上に凸か下に凸かを明らかにすることで 2 次不等式を解くことができる．ここでも因数分解が役立つ．

**問題 5.** 次の 2 次不等式を解け．

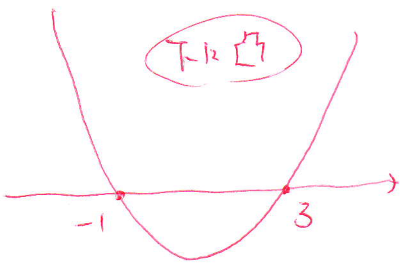
(1) $x^2-2x-3<0$

(2) $2x^2+7x+3>0$

（関連問題：教科書 **問題 3.1, 3.2, 3.3, 3.4, 3.5, 3.6**）

(1) $x^2-2x-3=(x-3)(x+1)$

したがって $y=x^2-2x-3$ のグラフは

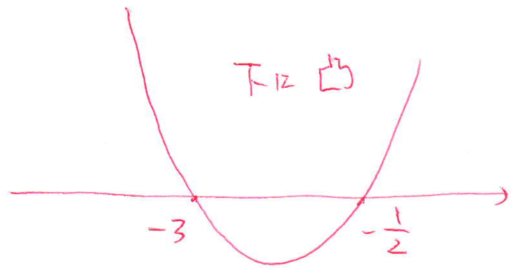



したがって $y<0$ となるのは

$-1<x<3$

(2) $2x^2+7x+3=(2x+1)(x+3)$

したがって $y=2x^2+7x+3$ のグラフは




したがって $y>$ となるのは

$x<-3,\ x>-\frac{1}{2}$