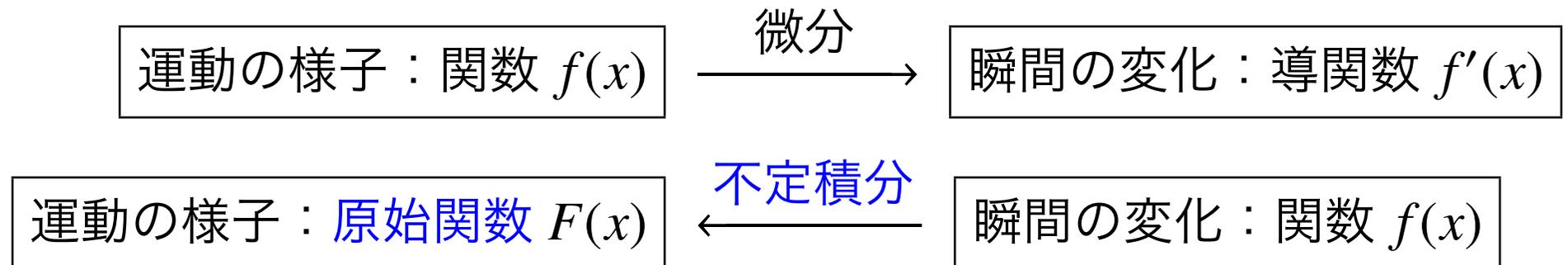


積分のはなし

「積分の2つの側面」

1. 微分の逆演算（微分方程式の初歩）



2. 求積法：面積の計算（リーマン積分）

- 歴史的にはこちらの考え方が最初。「積分」とは面積を求めること。
- 1の2を結びつけるものが「微分積分学の基本定理」
- 実際の計算：定積分

不定積分

- 関数 $f(x)$ に対し, $F'(x) = f(x)$ を満たす関数 $F(x)$ を $f(x)$ の原始関数という.
- $f(x)$ の原始関数はたくさんある.
- $\int f(x) dx = F(x) + C$: $f(x)$ の不定積分 (C は積分定数)
- 積分記号 \int (読み方: インテグラル)

不定積分

微分の性質

- $(x^n)' = n x^{n-1}$ ($n = 1, 2, \dots$). 定数関数 $f(x) = c$ に対して, $f'(x) = 0$.
- $(f(x) + g(x))' = f'(x) + g'(x)$,
- $(k f(x))' = k f'(x)$ (k は定数).

不定積分の性質

- $\int x^n dx = \frac{1}{n+1} x^{n+1} + C$ ($n = 0, 1, 2, \dots$).
- $\int (f(x) + g(x)) dx = \int f(x) dx + \int g(x) dx$.
- $\int k f(x) dx = k \int f(x) dx$ (k は定数).

定積分

- 記号 $[f(x)]_a^b := f(b) - f(a)$
- $x = a$ から $x = b$ までの $f(x)$ の定積分：

$$\int_a^b f(x) dx = [F(x)]_a^b = F(b) - F(a) \quad F(x) \text{ は } f(x) \text{ の原始関数}$$

定積分の性質 (定理 7.2)

- $\int_a^b (f(x) + g(x)) dx = \int_a^b f(x) dx + \int_a^b g(x) dx.$
- $\int_a^b k f(x) dx = k \int_a^b f(x) dx$ (k は定数).
- $\int_a^a f(x) dx = 0$
- $\int_b^a f(x) dx = - \int_a^b f(x) dx$
- $\int_a^b f(x) dx = \int_a^c f(x) dx + \int_c^b f(x) dx$