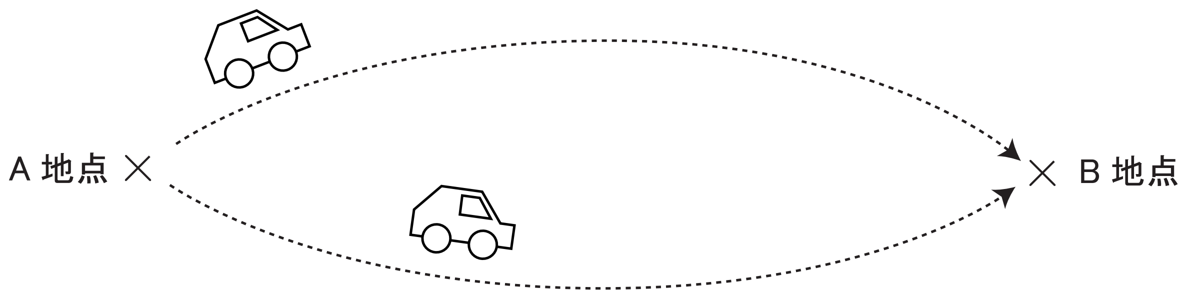
微分のはなし

次のようなことを考える.

- 2 台の車（1 号車と 2 号車）が同時に A 地点を出発し，B 地点まで移動.

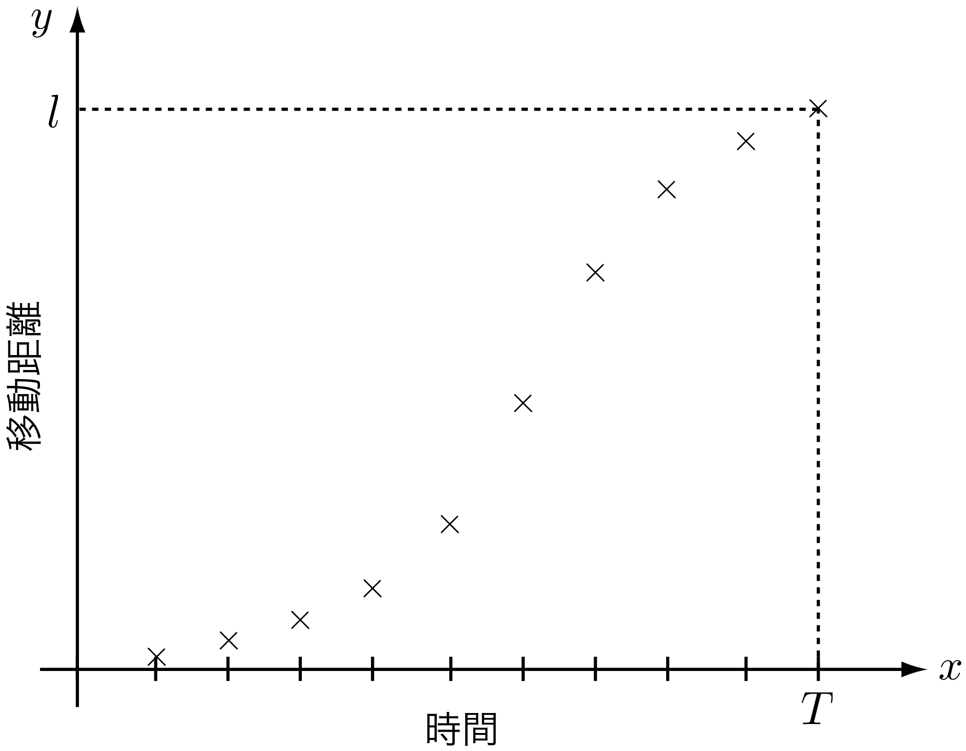


- 2 台の移動経路は異なるが，移動距離は l (km)，移動にかかった時間は T (時間) と共に同じだった.
- どちらも平均速度は時速 $\dfrac{l}{T}$ km.

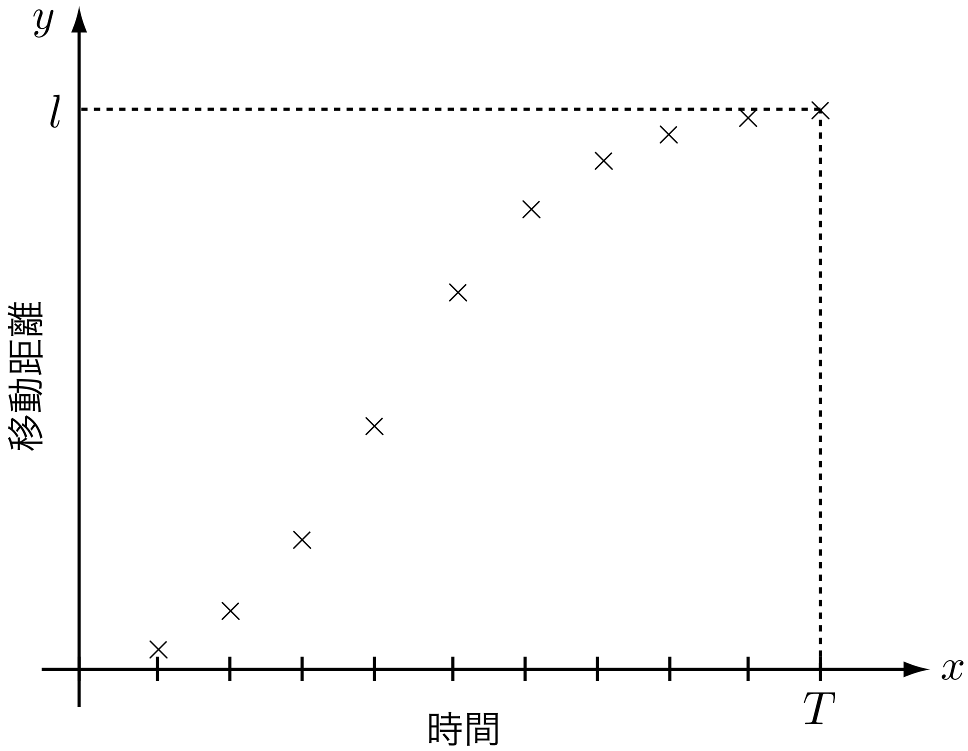
$\boxed{\text{より詳しく運転（運動，変化）の様子を知りたい}}$

運動の様子

一定時間おきに移動距離を記録し，移動（変化）の様子を調べた.



1 号車

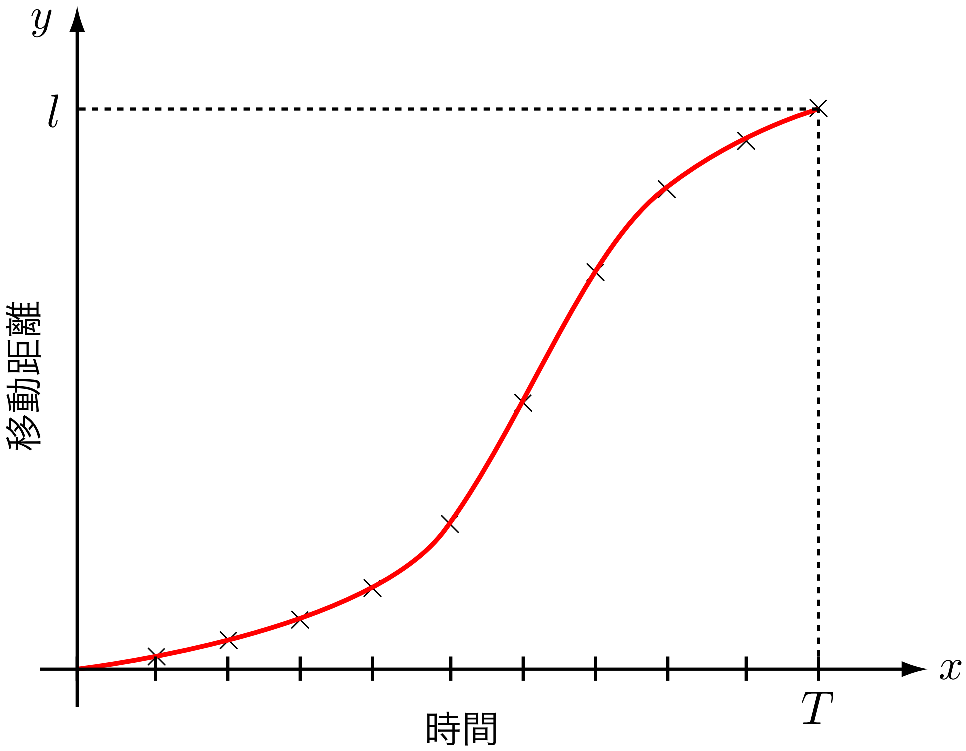


2 号車

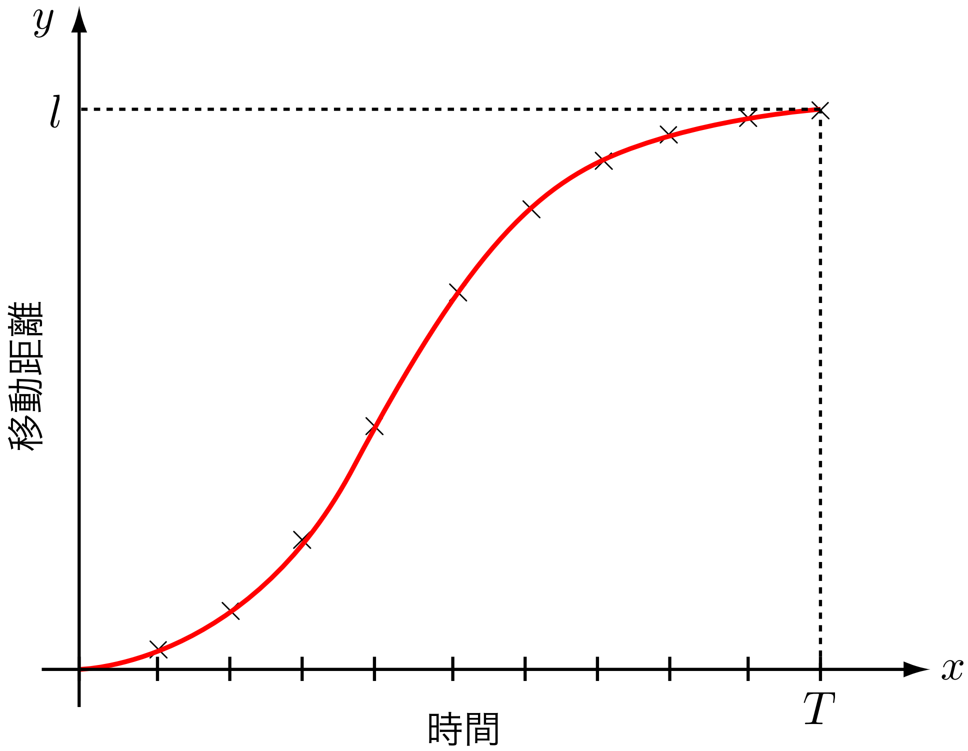
記録データは離散的だが. . .

運動の様子

連続的には，運動の様子は以下のようになると考えられる.



1 号車

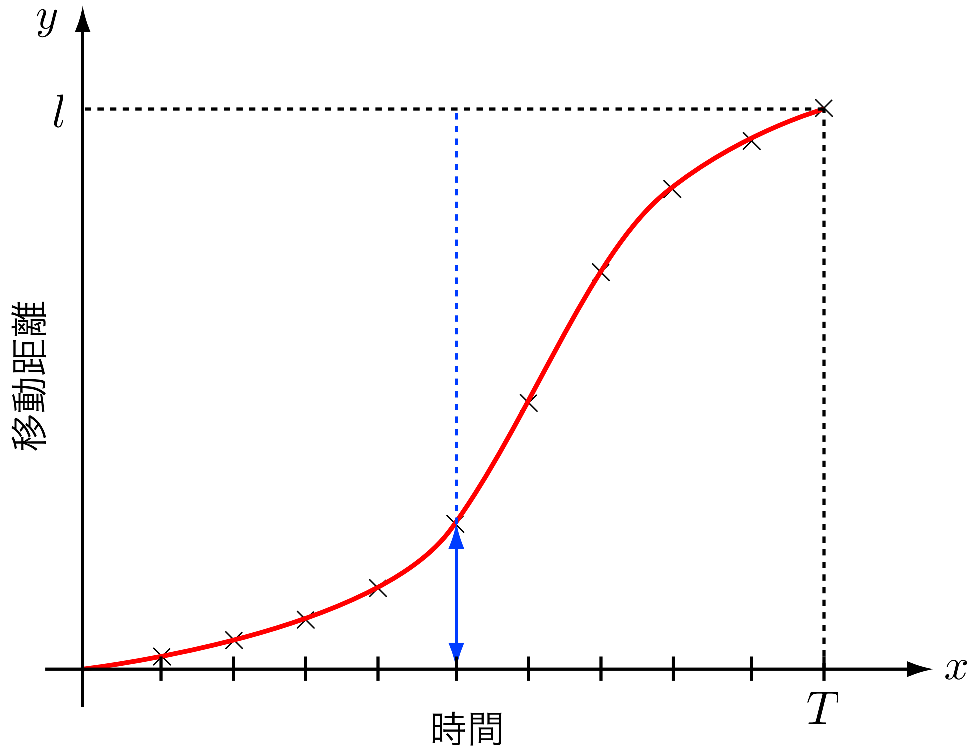


2 号車

時間の区間を半分に分割し，前半（時間 $x = 0$ から $x = T/2$ まで）の移動の様子に着目すると...

運動の様子

移動の様子の違いがわかる.



1 号車　　　　　　2 号車

前半は 1 号車の方が移動距離が少ない．つまり，前半は 2 号車の方がペースが速く，後半は逆に 1 号車の方がペースが速いことがわかる.

極限

- このように区間を細かく分割して考えることで移動（変化）の様子を詳細に知ることができる.
- 区間を無限に細かくしていく. $\longleftarrow$ $\boxed{\text{極限}}$ の考え方

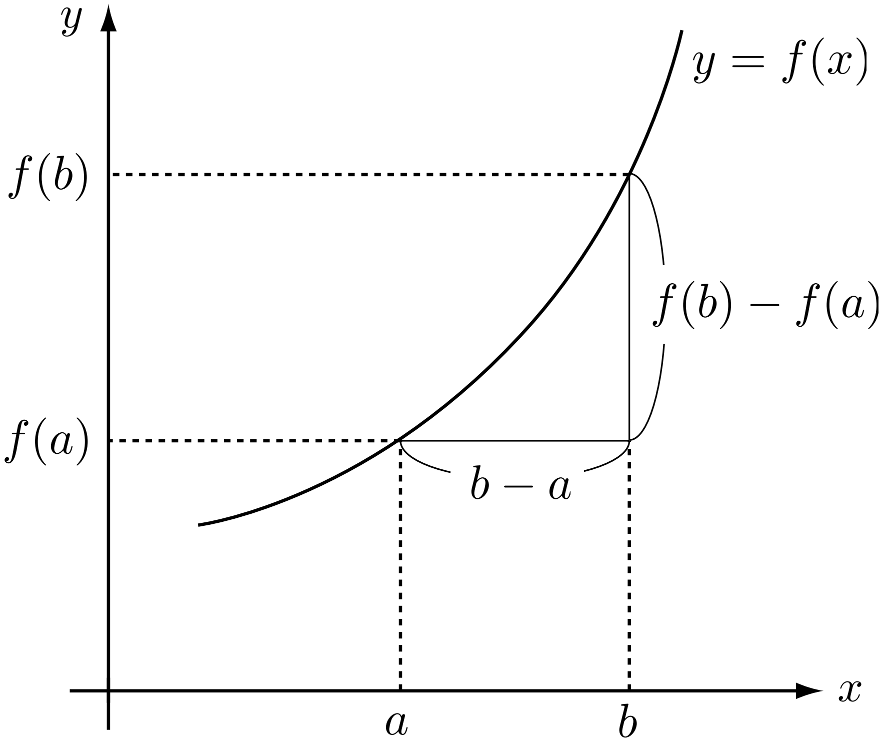
$\wr$

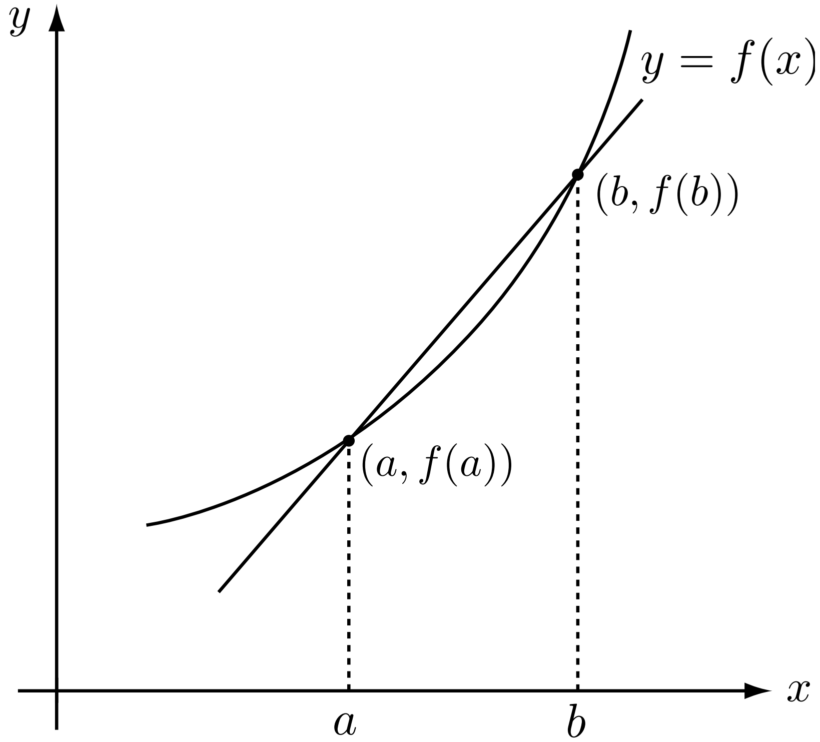
平均の変化ではなく「瞬間の変化」$\longleftarrow$ $\boxed{\text{微分（微分係数）}}$

$\boxed{\text{極限}}$ 関数 $f(x)$ に対して

$$\lim_{h \to a} f(h) : h \text{ を限りなく } a \text{ に近づけるときの } f(h) \text{ の値}$$

平均変化率



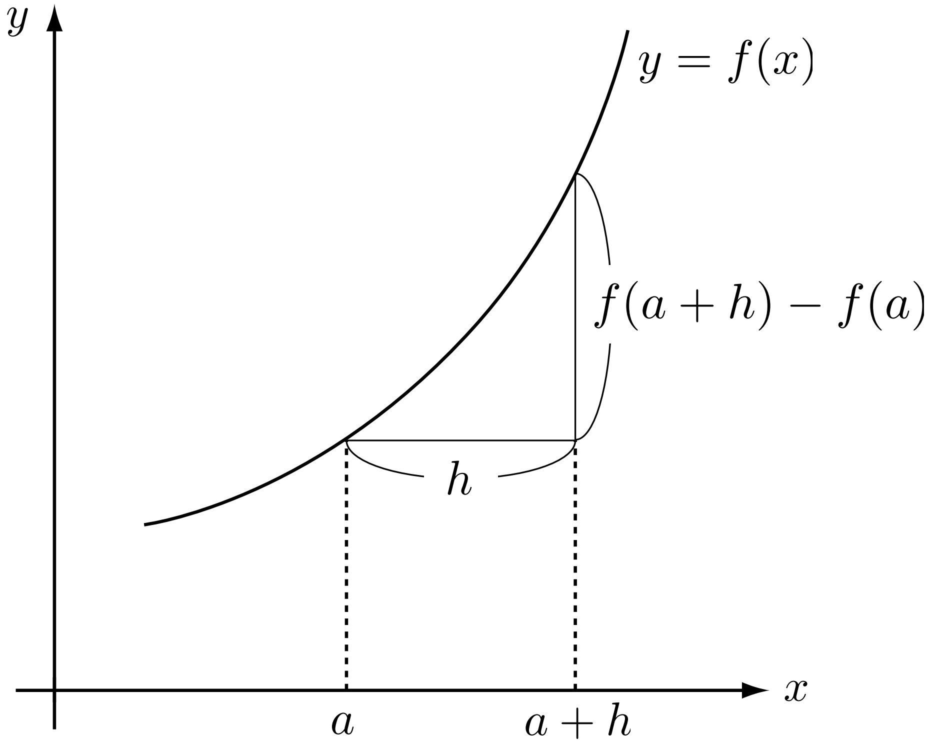


$x = a$ から $x = b$ までの $f(x)$ の平均変化率

$$\frac{f(b) - f(a)}{b - a}$$

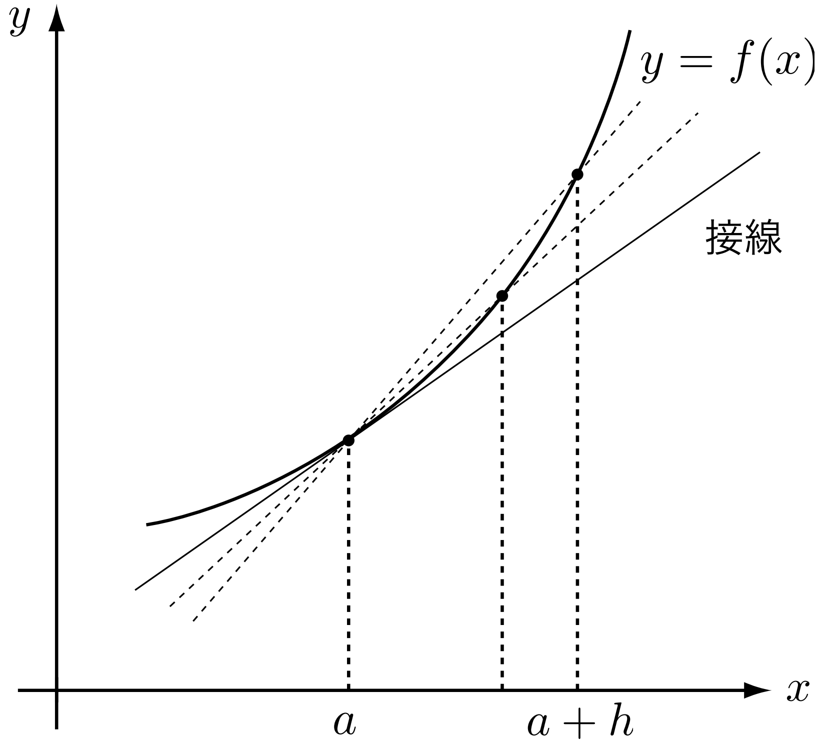
$y = f(x)$ のグラフ上の 2 点 $(a, f(a))$ と $(b, f(b))$ を通る直線の傾きに等しい

微分係数



$x = a$ における $f(x)$ の微分係数

$$\lim_{h \to 0} \frac{f(a+h) - f(a)}{h}$$



$y = f(x)$ のグラフの点 $(a, f(a))$ における接線の傾き