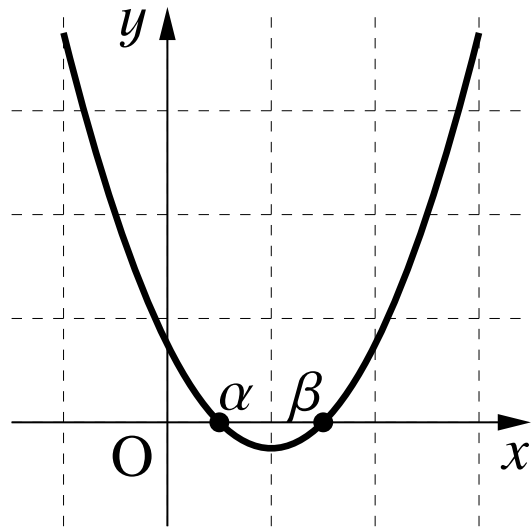


2次方程式 $ax^2 + bx + c = 0$ を解く

与えられた2次関数 $f(x)$ に対し, $f(x) = 0$ を満たす x を求める (存在性も考える). グラフで考えると

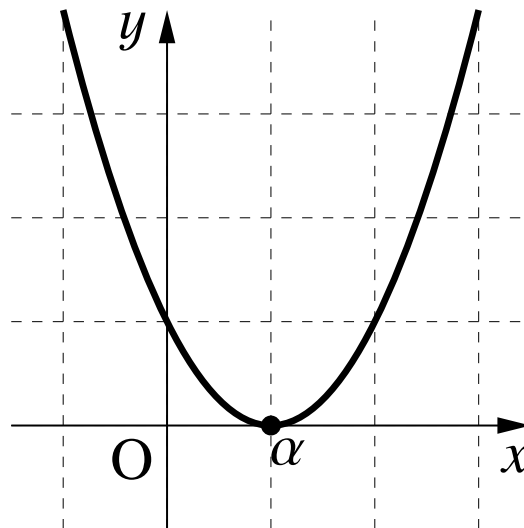
$$\boxed{f(x) = 0 \text{ の解}} = \boxed{y = f(x) \text{ のグラフと } x \text{ 軸との交点}}$$

(i)



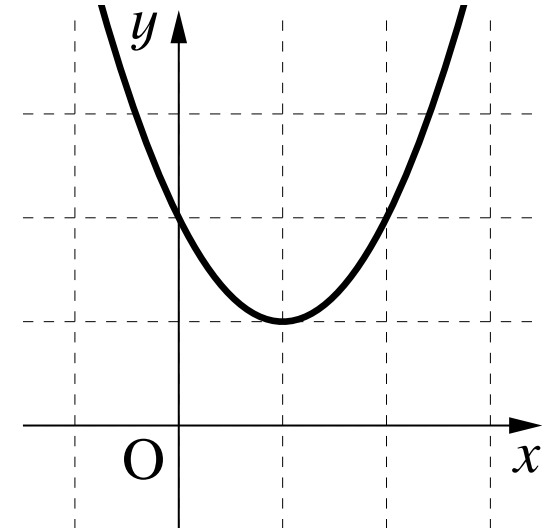
解は α と β

(ii)



解は α のみ (重根)

(iii)



実数の解なし

一般的な解法

$$ax^2 + bx + c = 0 \xrightarrow{\text{平方完成}} a\left(x + \frac{b}{2a}\right)^2 - \frac{b^2}{4a} + c = 0$$

$$\xrightarrow{a \text{ で割る}} \left(x + \frac{b}{2a}\right)^2 - \frac{b^2 - 4ac}{4a^2} = 0$$

$b^2 - 4ac > 0$ のとき :

$$\left(x + \frac{b}{2a}\right) = \pm \sqrt{\frac{b^2 - 4ac}{4a^2}}$$

$$\therefore x = -\frac{b}{2a} \pm \sqrt{\frac{b^2 - 4ac}{4a^2}}$$

解の公式

$b^2 - 4ac = 0$ のとき :

$$\left(x + \frac{b}{2a}\right)^2 = 0$$

$$\therefore x = -\frac{b}{2a}$$

$b^2 - 4ac < 0$ のとき :

$$\left(x + \frac{b}{2a}\right)^2 + \left(\frac{4ac - b^2}{4a^2}\right) = 0$$

上の方程式を満たす実数 x は存在しない。