基礎数学 小テスト 5/26/09（佐藤）　　学籍番号 | | | | | | | |　　氏名

点

注意：試験時間は 40 分 とする．
字の粗暴な解答，途中経過の不十分は解答は 減点 の対象とする．できるだけ丁寧に記述すること．
終わった後は計算間違いのないよう十分 見直しをすること．

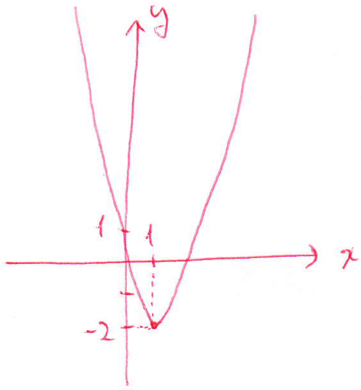
1 次の 2 次関数のグラフを描け．（各 10 点）

(1) $y = 3x^2 - 6x + 1$

$= 3(x^2 - 2x) + 1$

$= 3\{(x-1)^2 - 1\} + 1$

$= 3(x-1)^2 - 2$



頂点 $(1, -2)$

y軸との交点 $(0, 1)$

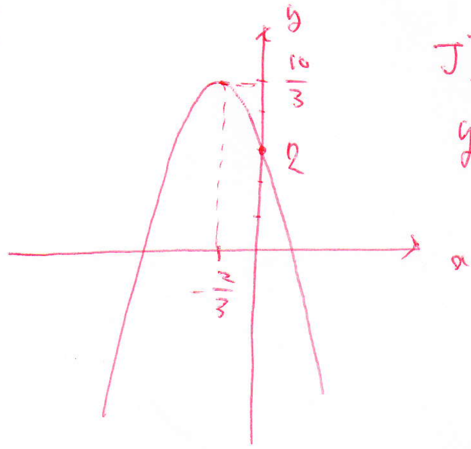
下に凸

(2) $y = -3x^2 - 4x + 2$

$= -3(x^2 + \frac{4}{3}x) + 2$

$= -3\{(x + \frac{2}{3})^2 - \frac{4}{9}\} + 2$

$= -3(x + \frac{2}{3})^2 + \frac{10}{3}$



頂点 $(-\frac{2}{3}, \frac{10}{3})$

y軸との交点 $(0, 2)$

上に凸

2 次の 2 次方程式を実数の範囲で解け．（各 10 点）

(1) $2x^2 - 7x + 3 = 0$

$\Leftrightarrow (2x-1)(x-3) = 0$

$\therefore x = \frac{1}{2}, 3$

(2) $2x^2 + 2x + 3 = 0$

解の公式より

$x = \frac{-2 \pm \sqrt{4 - 24}}{4} = \frac{-2 \pm \sqrt{20}\, i}{4}$

よって 実数解なし

3 次の 2 次方程式の解を求めよ（複素数の範囲で解け）．（各 10 点）

(1) $2x^2 + x + 1 = 0$

解の公式より

$x = \frac{-1 \pm \sqrt{1 - 4 \cdot 2}}{4}$

$= \frac{-1 \pm \sqrt{7}\, i}{4}$

$\therefore \frac{-1 + \sqrt{7}\, i}{4}, \frac{-1 - \sqrt{7}\, i}{4}$

(2) $x^2 + 13x - 5 = 0$

解の公式より

$x = \frac{-13 \pm \sqrt{169 + 20}}{2}$

$= \frac{-13 \pm \sqrt{189}}{2} = \frac{-13 \pm 3\sqrt{21}}{2}$

$\therefore \frac{-13 + 3\sqrt{21}}{2}, \frac{-13 - 3\sqrt{21}}{2}$

裏に続く

4 次の 2 次不等式を解け．（各 10 点）

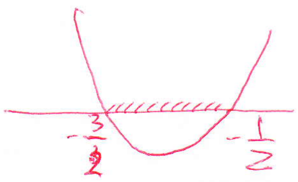
(1) $4x^2 + 8x + 3 < 0$

(2) $(x+1)(x-2) - 3x \geqq 3 \iff x^2 - 4x - 5 \geqq 0$

・$y = 4x^2 + 8x + 3$ は下に凸

・$4x^2 + 8x + 3 = (2x+1)(2x+3)$

だから　x 軸との交点は $-\frac{1}{2}, -\frac{3}{2}$

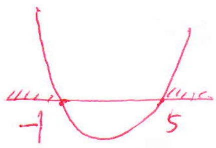


$\therefore -\frac{3}{2} < x < -\frac{1}{2}$

・$y = x^2 - 4x - 5$ は下に凸

・$x^2 - 4x - 5 = (x+1)(x-5)$

だから，x 軸との交点は $-1, 5$



$\therefore x \leqq -1$, $x \geqq 5$

5 多項式 $x^3 + 6x^2 + 11x + 6$ を因数分解せよ．（10 点）

$f(x) = x^3 + 6x^2 + 11x + 6$

$f(-1) = -1 + 6 - 11 + 6 = 0$ だから

$f(x)$ は $(x+1)$ で割り切れる

$f(x) = (x+1)(x^2 + 5x + 6)$

$= (x+1)(x+2)(x+3)$

$$\begin{array}{r} x^2 + 5x + 6 \\ x+1 \,\big)\, x^3 + 6x^2 + 11x + 6 \\ -)\ x^3 + x^2 \qquad\qquad \\ \hline 5x^2 + 11x \qquad \\ -)\ 5x^2 + 5x \qquad \\ \hline 6x + 6 \\ -)\ 6x + 6 \\ \hline 0 \end{array}$$

6 関数 $f(x) = x^3 + 3x^2 - x + 1$, $g(x) = x + 2$ に対して，次の問に答えよ．（各 5 点）

(1) $f(x)$ を $g(x)$ で割った商 $q(x)$ を求めよ．

(2) $f(x)$ を $g(x)$ で割ったときのあまり $r(x)$ を求めよ．

$$\begin{array}{r} x^2 + x - 3 \\ x+2 \,\big)\, x^3 + 3x^2 - x + 1 \\ -)\ x^3 + 2x^2 \qquad\qquad \\ \hline x^2 - x \qquad \\ x^2 + 2x \qquad \\ \hline -3x + 1 \\ -3x - 6 \\ \hline 7 \end{array}$$

$$\begin{cases} q(x) = x^2 + x - 3 \\ r(x) = 7 \end{cases}$$

(2) 別解

$f(x)$ を $(x+2)$ で割ったあまりは

$f(-2)$ である

$f(-2) = (-2)^3 + 3(-2)^2 + 2 + 1$

$= -8 + 12 + 2 + 1 = 7$