基礎数学 — レポート課題 略解 **2009.7.14**（担当：佐藤）

$\boxed{\mathbf{1}}$ （授業中に出題済み）教科書の略解を参照せよ

$\boxed{\mathbf{2}}$ 一般項が次の式で与えられた数列 $\{a_n\}$ について，(i) それが等差数列，等比数列のどちらなのか答えよ．(ii) また，その公差または公比を答えよ．

(1) $a_n = 2n - 1$

$a_1 = 1,\ a_2 = 3,\ a_3 = 5,\ a_4 = 7, \ldots$ であるから，これは公差が 2 の等差数列である．（別解）$a_{n+1} - a_n = \{2(n+1) - 1\} - (2n - 1) = 2$ より $\{a_n\}$ は公差が 2 の等差数列である．

(2) $a_n = 2^{2-n}$

$a_1 = 2,\ a_2 = 1,\ a_3 = 2^{-1} = \dfrac{1}{2},\ a_4 = 2^{-2} = \dfrac{1}{4}, \ldots$ であるから，これは公比が $\dfrac{1}{2}$ の等比数列である．（別解）$\dfrac{a_{n+1}}{a_n} = \dfrac{2^{2-(n+1)}}{2^{2-n}} = \dfrac{1}{2}$ より $\{a_n\}$ は公差が $\dfrac{1}{2}$ の等比数列である．

$\boxed{\mathbf{3}}$ 問題 **9.7**（教科書 p.210） の数列 $\{a_n\}$ について，(i) $\{a_n\}$ の階差数列 $\{b_n\}$ が等比数列になることを示し，その初項 b_1 と公比を求めよ．(ii) 公式

$$a_n = a_1 + \sum_{k=1}^{n-1} b_k$$

を使って，$\{a_n\}$ の一般項を求めよ．

(1) (i)

$$\begin{aligned} b_{n+1} =& a_{n+2} - a_{n+1} = (3a_{n+1} + 2) - (3a_n + 2) \\ =& 3\left(a_{n+1} - a_n\right) = 3b_n. \end{aligned}$$

したがって，$\{b_n\}$ は公比 3 の等比数列である．初項は

$$b_1 = a_2 - a_1 = (3a_1 + 2) - a_1 = 2a_1 + 2 = 2 \times 4 + 2 = \underline{10}.$$

(2) (i)

$$\begin{aligned} b_{n+1} =& a_{n+2} - a_{n+1} = (4a_{n+1} - 2) - (4a_n - 2) \\ =& 4\left(a_{n+1} - a_n\right) = 4b_n. \end{aligned}$$

したがって，$\{b_n\}$ は公比 4 の等比数列である．初項は

$$b_1 = a_2 - a_1 = (4a_1 - 2) - a_1 = 3a_1 - 2 = 3 \times 3 - 2 = \underline{7}.$$

(ii) については教科書の略解を参照せよ．