基礎数学 — レポート課題 **2009.6.23**（担当：佐藤）

注意.
- 式変形の過程など，できるだけ丁寧に記述すること.
- 説明が不十分であったり，字が粗暴なものは採点しない.
- 必ずレポート用紙かルーズリーフノート用紙に書いて提出すること．この問題用紙に答えだけ書いたものは採点しない.
- 提出場所は教育棟 1 階のレポート提出ボックス．提出期限は 6 月 26 日（金）の 15 時 30 分とする.

1 次の関数 $f(x)$ の $x=a$ における微分係数を求めなさい.

(1) $f(x)=2x^3+x^2-x-3, \quad a=1$

(2) $f(x)=-2x, \quad a=10$

(3) $f(x)=x^3+2x^2-4x+7, \quad a=-2$

2 次の関数 $f(x)$ の $x=a$ における接線の方程式を求めなさい.

(1) $f(x)=x^3-5x+1, \quad a=1$

(2) $f(x)=-2x+1, \quad a=3$

(3) $f(x)=x^2+2x+3, \quad a=-1$

3 次の関数 $f(x)$ のグラフの概形を描きなさい（増減表も書きなさい）.

(1) $f(x)=x^3+\dfrac{3}{2}x^2-6x-4$

(2) $f(x)=2x^3+\dfrac{1}{2}x^2-x+1$

(3) $f(x)=\dfrac{x^4}{2}-7x^2+12x+3$

4 次の関数 $f(x)$ の与えられた区間での最大値・最小値を求めなさい.

(1) $f(x)=-x^3-3x^2+9x-2 \quad (-2\leq x\leq 1)$

(2) $f(x)=2x^3+\dfrac{3}{2}x^2-3x-1 \quad (-2\leq x\leq 1)$

(3) $f(x)=\dfrac{3}{2}x^4-x^3-12x^2+12x-4 \quad (-3\leq x\leq 1)$

裏につづく

$\boxed{\mathbf{5}}$ 下の議論を参考にして $f(x)=\sqrt{x^2+1}$ を微分せよ．

関数 $f(x)=\sqrt{x}$ の導関数を求めたい．導関数の定義に従うと

$$f'(x)=\lim_{h\to 0}\frac{f(x+h)-f(x)}{h}=\lim_{h\to 0}\frac{\sqrt{x+h}-\sqrt{x}}{h}.$$

このまま極限をとると $\frac{0}{0}$ になってしまう．そこで，次のようにして「分子の有理化」を行う；$\frac{\sqrt{x+h}-\sqrt{x}}{h}$ の分子と分母に $\left(\sqrt{x+h}+\sqrt{x}\right)$ をかけると

$$\begin{aligned}\frac{\sqrt{x+h}-\sqrt{x}}{h} &= \frac{\sqrt{x+h}-\sqrt{x}}{h}\times\frac{\sqrt{x+h}+\sqrt{x}}{\sqrt{x+h}+\sqrt{x}}\\ &= \frac{(x+h)-x}{h\left((\sqrt{x+h}+\sqrt{x}\right)}\\ &= \frac{h}{h\left((\sqrt{x+h}+\sqrt{x}\right)}\\ &= \frac{1}{\left(\sqrt{x+h}+\sqrt{x}\right)}.\end{aligned}$$

ここで $h\to 0$ とすると

$$\frac{1}{(\sqrt{x+h}+\sqrt{x})}\to\frac{1}{\sqrt{x+0}+\sqrt{x}}=\frac{1}{2\sqrt{x}}.$$

したがって，$\left(\sqrt{x}\right)'=\dfrac{1}{2\sqrt{x}}$ である．