基礎数学 — 問題演習（三角関数の性質，加法定理） **2009.5.26**（担当：佐藤）

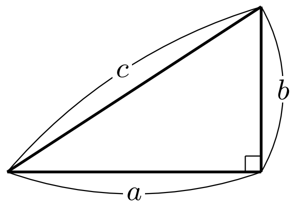
注意.

- 三平法の定理に馴染みのない者は問題 1 から解くこと.
- 問題 2, 3, 5, 6, 7 は全員が必ず解くこと（この順番で優先的に）.
- 問題 4, 8 は上の問題が解き終わった後，じっくり考えてみよ.

三平方の定理（ピタゴラスの定理）

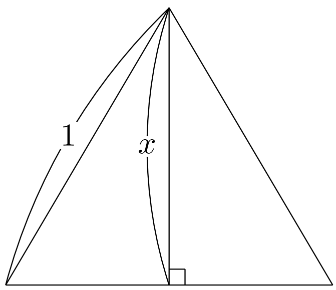
直角三角形の斜辺の長さが c，他の 2 辺の長さが a, b のとき，a, b, c は以下の関係を満たす；

$$c^2 = a^2 + b^2$$

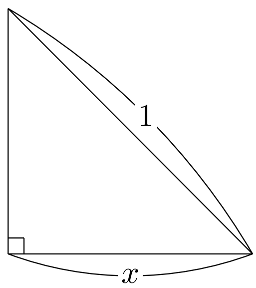


問題 **1.** 次の図中の x を三平方の定理を用いて求めよ.

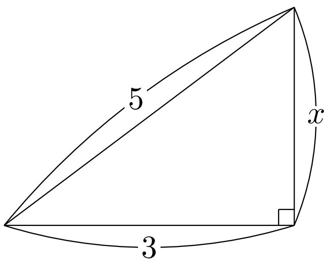
(1) 正三角形



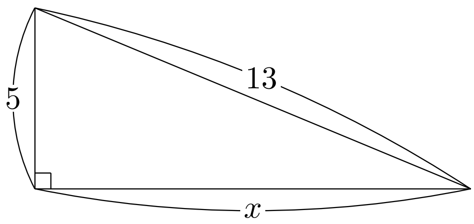
(2) 直角二等辺三角形



(3)



(4)



弧度法

角度を単位円（半径が 1 の円）の弧の長さで表す方法．単位はラジアン.
360° が 2π ラジアン．x° は $\dfrac{x\pi}{180}$ ラジアン.

問題 **2.** 教科書 p.73 の問題 4.1 (3)(18)(21)(29)(33)(44) に答えなさい.

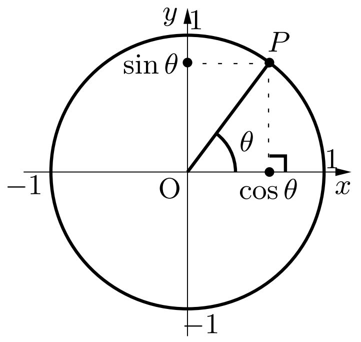
三角関数

半径 1 の円周上の点 P に対し，x 軸の正の部分とのなす角が θ（ただし θ は一般角）であるとき，点 P の x 座標の値を $\cos\theta$，y 座標の値を $\sin\theta$ と定義する；$P = (\cos\theta, \sin\theta)$,

$$\sin\theta \ : \ \theta \text{ の正弦}$$

$$\cos\theta \ : \ \theta \text{ の余弦}$$

$$\tan\theta \ = \frac{\sin\theta}{\cos\theta} : \ \theta \text{ の正接}$$



問題 3. 次の三角関数の値を求めよ．（関連問題 教科書 p.77 問題 4.2）

(1) $\sin\frac{\pi}{3}$　(2) $\sin\left(-\frac{\pi}{6}\right)$　(3) $\sin\frac{5\pi}{4}$　(4) $\sin\frac{\pi}{2}$　(5) $\sin 0$

(6) $\cos\frac{\pi}{3}$　(7) $\cos\left(-\frac{\pi}{6}\right)$　(8) $\cos\frac{5\pi}{4}$　(9) $\cos\frac{\pi}{2}$　(10) $\cos 0$

(11) $\tan\frac{\pi}{3}$　(12) $\tan\left(-\frac{\pi}{6}\right)$　(13) $\tan\frac{5\pi}{4}$　(14) $\tan\frac{\pi}{2}$　(15) $\tan 0$

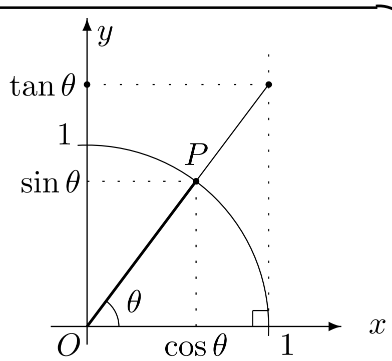
問題 4. 与えられた θ に対して，$\sin\theta, \cos\theta, \tan\theta$ の符号（正，負）がどうなるか考えて，下表の空欄に「正」または「負」を書きなさい．

	$0 < \theta < \frac{\pi}{2}$	$\frac{\pi}{2} < \theta < \pi$	$\pi < \theta < \frac{3\pi}{2}$	$\frac{3\pi}{2} < \theta < 2\pi$
$\sin\theta$				
$\cos\theta$				
$\tan\theta$				

正接の幾何学的意味

$$\text{正接}：\tan\theta = \frac{\sin\theta}{\cos\theta}$$

正接の定義から，$\tan\theta$ は直線 OP と直線 $x = 1$ との交点の y 座標と解釈できる．



問題 5. 「正接の幾何学的意味」で述べたことが正しいことを説明（証明）せよ．

三角関数の性質

(1) $\sin^2 + \cos^2\theta = 1$ （ただし，$\sin^2\theta = (\sin\theta)^2$ を意味する）.

(2) 整数 n に対して，$\sin(2n\pi + \theta) = \sin\theta$

(3) 整数 n に対して，$\cos(2n\pi + \theta) = \cos\theta$

(4) $\sin(-\theta) = -\sin\theta$

(5) $\cos(-\theta) = \cos\theta$

(6) $\sin\left(\theta + \frac{\pi}{2}\right) = \cos\theta$

(7) $\cos\left(\theta + \frac{\pi}{2}\right) = -\sin\theta$

問題 **6.** 「三角関数の性質」が正しいことを説明せよ（(1) は定義から明らかである．(2)〜(7) については単位円（半径が 1 の円）を描いて主張が正しいことを確かめよ）.

問題 **7.** $\sin\theta = -\dfrac{5}{13}$ とする（ただし，$\frac{3\pi}{2} < \theta < 2\pi$）.

(1) $\cos\theta$ の値を求めよ.

(2) $\tan\theta$ の値を求めよ.

加法定理

(加-1) $\sin(\alpha + \beta) = \sin\alpha\cos\beta + \sin\beta\cos\alpha$

(加-2) $\sin(\alpha - \beta) =$

(加-3) $\cos(\alpha + \beta) =$

(加-4) $\cos(\alpha - \beta) =$

問題 **8.** 加法定理を用いて，$\sin\dfrac{\pi}{12}, \cos\dfrac{\pi}{12}$ の値を求めたい．（関連問題 教科書 p.85 問題 4.4）

(1) $\dfrac{\pi}{12}$ を $\dfrac{\pi}{3}$ と $\dfrac{\pi}{4}$ を用いて表せ.

(2) 加法定理を用いて $\sin\dfrac{\pi}{12}$ を計算せよ.

(3) 加法定理を用いて $\cos\dfrac{\pi}{12}$ を計算せよ.

問題 **9.** (加-1) 式と三角関数の性質 (4)〜(7) を用いて，加法定理の残りの公式 (加-2), (加-3)，(加-4) を導きだせ．（教科書 p.85 参照）