

数学クォータ科目「基礎数学Ⅰ」第4回

指数関数とそのグラフ

佐藤 弘康 / 日本工業大学 共通教育学群

前回の授業内容と今回の授業で理解してほしいこと

- a^x の定義
- 指数法則

- 指数関数 とは何か
- 指数関数のグラフはどのような曲線か
- 指数方程式とその解

指数関数

定義

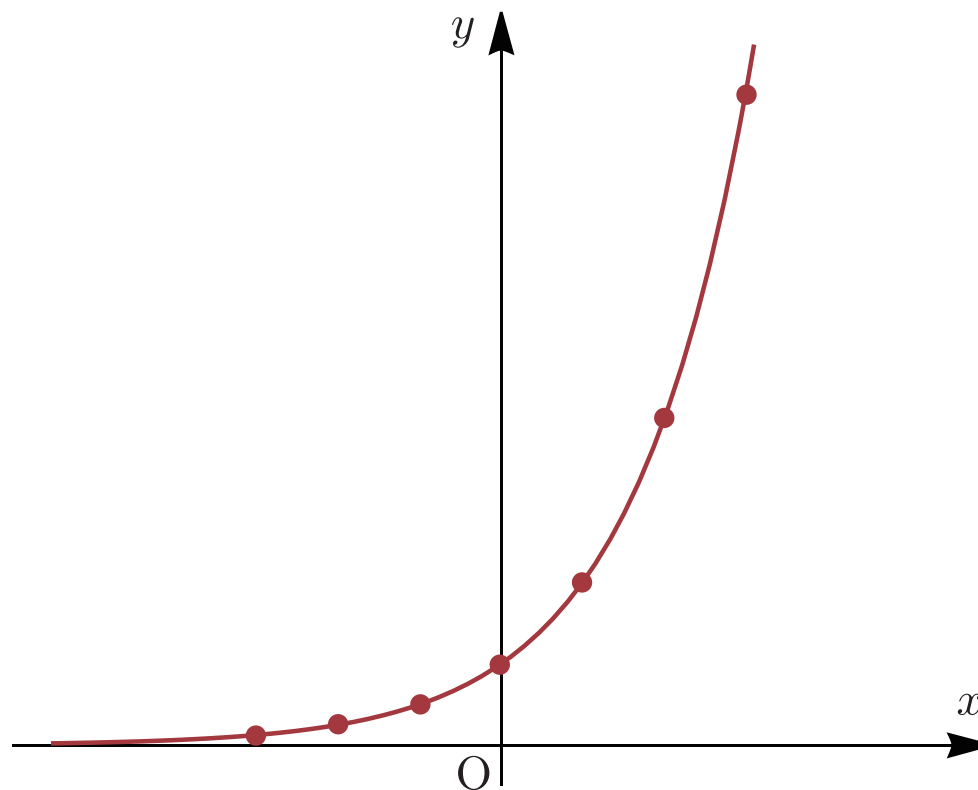
$a > 0, a \neq 1$ とする.

実数 x に対し, $y = a^x$ を対応させる関数を「底が a の指数関数」という.

指数関数のグラフ

例1) $y = 2^x$

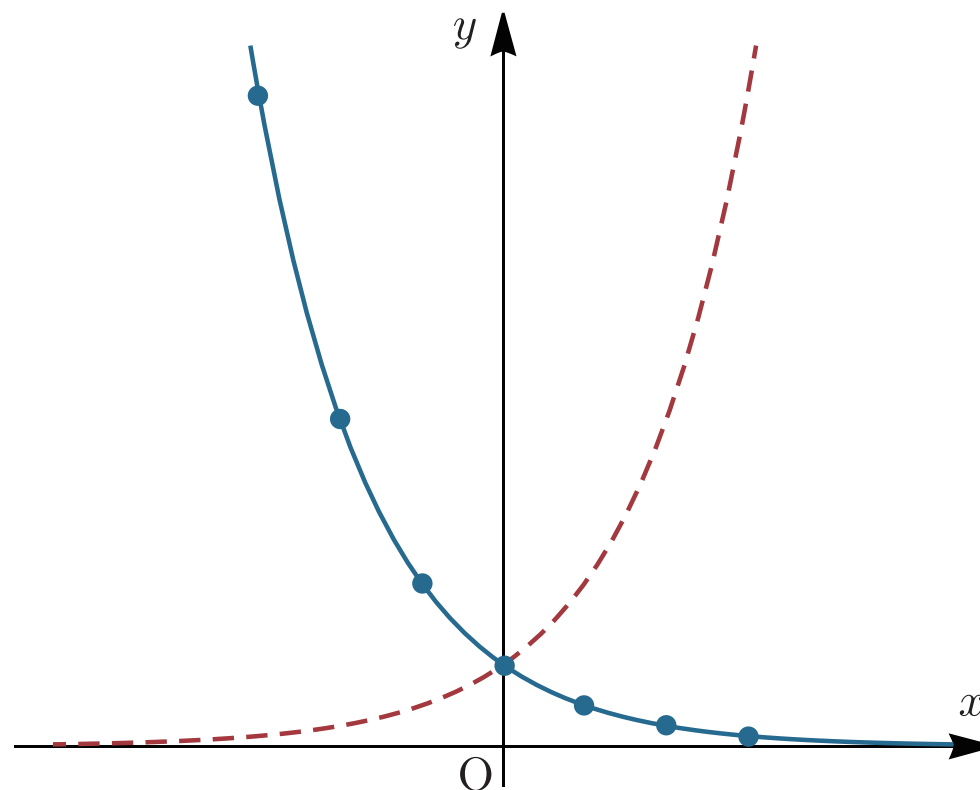
x	...	-3	-2	-1	0	1	2	3	...
y	...	$\frac{1}{8}$	$\frac{1}{4}$	$\frac{1}{2}$	1	2	4	8	...



指数関数のグラフ

例2) $y = \left(\frac{1}{2}\right)^x$

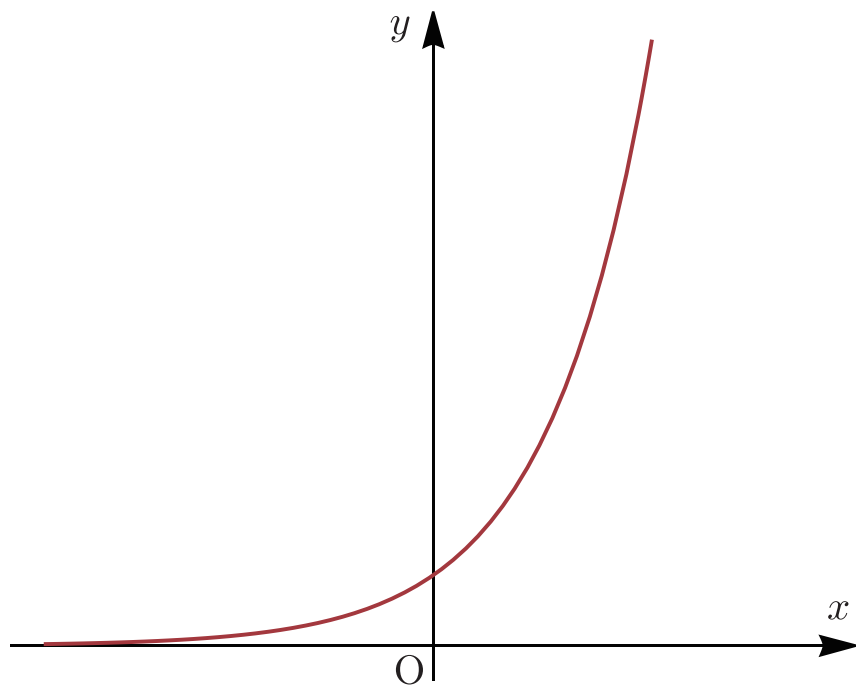
x	...	-3	-2	-1	0	1	2	3	...
y	...	8	4	2	1	$\frac{1}{2}$	$\frac{1}{4}$	$\frac{1}{8}$...



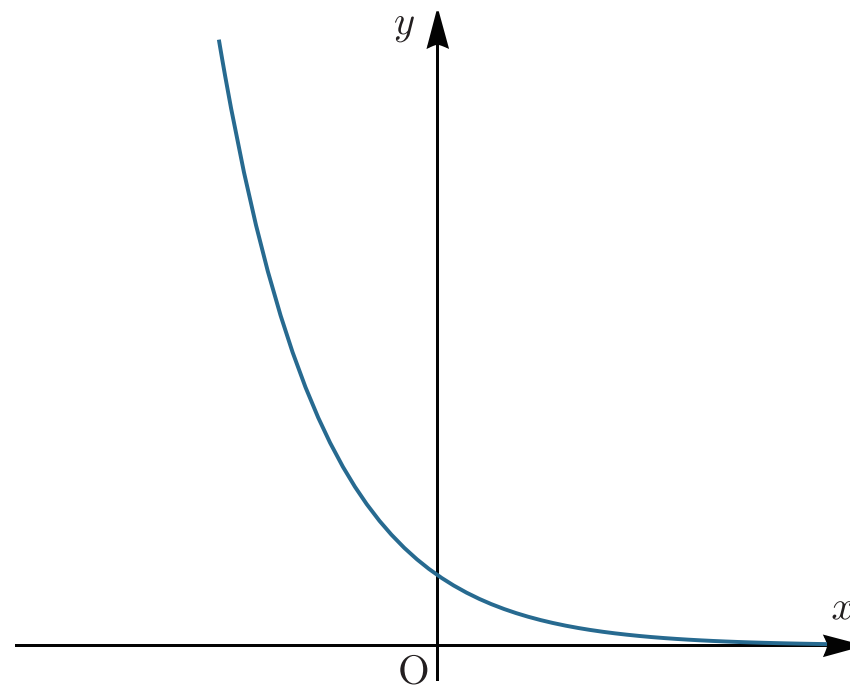
指数関数のグラフ

一般に, $y = a^x$ のグラフは

- $a > 1$ のとき



- $0 < a < 1$ のとき



- $y = a^x$ のグラフと $y = \left(\frac{1}{a}\right)^x$ のグラフは, y 軸に関して対称である.

指数関数の性質

指数関数の性質

$a > 0$ を底とする指数関数 $y = a^x$ は

(1) 実数全体 $-\infty < x < \infty$ で定義可能であり, $a^x > 0$ である.

(2) $a > 1$ のとき, 増加関数である. $\lim_{x \rightarrow \infty} a^x = \infty$, $\lim_{x \rightarrow -\infty} a^x = 0$

(3) $0 < a < 1$ のとき, 減少関数である. $\lim_{x \rightarrow \infty} a^x = 0$, $\lim_{x \rightarrow -\infty} a^x = \infty$

※ いずれの場合も, x 軸 ($y = 0$) が漸近線となる.

(4) 単調関数である. つまり, $a^{x_1} = a^{x_2}$ ならば, $x_1 = x_2$ である.

- 指数方程式: (4) の性質 を利用して解く.

まとめと復習（と予習）

- **指数関数** とはどのような関数ですか？
- **指数関数のグラフ** はどのような曲線ですか？
- **指数方程式** の解き方は？

教科書 p.31, 32

問題集 18, 19