数学クォータ科目「基礎数学 I」第２回

２次方程式

佐藤 弘康 / 日本工業大学 共通教育学群

前回の授業内容と今回の授業で理解してほしいこと

- 関数とは何か
- 関数のグラフとは何か
- ２次関数とそのグラフ（放物線）
- ２次関数の最大値・最小値

- ２次方程式（とその解）とは何か
- ２次方程式の解を求める方法（因数分解と解の公式）
- ２次方程式の解の幾何的な解釈

２次方程式とは

方程式 とは？

一般に, 未知数（値がわかっていない数 x など）を含む等式のこと.

- 方程式の **解** とは？ → 方程式を成立させる数 $x = a$ のこと.
- 「方程式を解く」とは？ → 方程式の解をすべて求めること.

２次方程式 $\quad ax^2 + bx + c = 0 \quad$ （ただし, $a (\neq 0)$, b, c は既知の定数）

２次方程式を解くには？

- 因数分解する; $ax^2 + bx + c = a(x - \alpha)(x - \beta)$
- 解の公式を利用する; $x = \dfrac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$

２次方程式の解の幾何的な解釈

- 「２次方程式 $ax^2 + bx + c = 0$ の 解 」は
  - ２次関数 $y = ax^2 + bx + c$ における $y = 0$ のときの x の値.
  - y 座標が 0 となる点は, x 軸上にある点である.

  つまり,
  - 「放物線 $y = ax^2 + bx + c$ と, x 軸との 共有点 （の x 座標）」である.

２つのグラフの共有点

２つの関数 $y = f(x)$, $y = g(x)$ のグラフの共有点の x 座標は, 方程式

$$f(x) = g(x)$$

の解である.

例）放物線と直線の共有点

- 放物線 $y = ax^2 + bx + c$ と x 軸（つまり, $\underline{y = 0}$）の共有点の x 座標は

$$ax^2 + bx + c = 0$$

の解.

- 放物線 $y = ax^2 + bx + c$ と直線 $\underline{y = mx + k}$ の共有点の x 座標は

$$ax^2 + bx + c = mx + k,$$

つまり,

$$ax^2 + (b - m)x + (c - k) = 0$$

の解（これも２次方程式）.

問）２つの放物線の共有点の座標は？

まとめと復習（と予習）

- ２次方程式（とその解）とは何ですか？
- ２次方程式の解を求める方法は？
- 放物線と直線の共有点が，２次方程式によって求めることができることを理解できましたか？

教科書 p.11, 25

問題集 10, 11

予　習

- 実数 a と自然数 $n(=1,2,\ldots)$ に対し, 累乗 a^n の意味は？
- 指数法則とは何か？